

Messungen von VUV Linien an einem dichten Z - Pinch - Plasma

**Dissertation
zur
Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der
Abteilung für Physik
und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum**

von
Günter Bertschinger
aus
Spaichingen

Bochum 1980

Messungen von VUV Linien an einem dichten Z - Pinch - Plasma

**Dissertation
zur
Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der
Abteilung für Physik
und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum**

von
Günter Bertschinger
aus
Spaichingen
Bochum 1980

Messungen von VUV-Linien an einem dichten Z-Plasma

Dissertation

zur

Erlangung des Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften

der

Fakultät für Physik

und Astronomie

an der Ruhr-Universität Bochum



Dissertation eingereicht am 30. Mai 1980

Tag der mündlichen Prüfung 3. Juli 1980

Referent Prof. Dr. H.-J. Kunze

Korreferent Prof. Dr. H. Schlüter

Inhalt

	Seite
I. Problemstellung	1
II. Grundprinzipien der Starkverbreiterung	3
II.1. Quasistatische Approximation	6
II.2. Stoßnäherung	7
II.3. Kollektive Effekte	11
III. Daten des Experiments	14
III.1. Spektroskopischer Aufbau	16
IV. Bestimmung der Elektronendichte aus der Kontinuumsstrahlung	21
V. Strahlungstransportprobleme	26
V.1. Berechnung der optischen Dicke der Resonanzlinien	34
VI. Messungen von Ly_{α} und Ly_{β} und Kalibrierung des VUV-Spektrometers	41
VI.1. Korrektur des Zentrums der Lymanlinien	44
VII. Asymmetrie von Ly_{α}	48
VII.1. Bisherige Experimente	48
VII.2 Ursachen der Asymmetrie	49
VII.3. Experimentelles Ergebnis	54
VIII. Satelliten von Ly_{α}	57
VIII.1. Experimentelle Ergebnisse	62
IX. Starkverbreiterung von Li-ähnlichen Ionen	70
X. Diskussion der Ergebnisse	79
Anhang A	82
Anhang B	89
Literaturverzeichnis	93

I. Problemstellung

In zahlreichen Gebieten der Plasmaphysik ist die Analyse von Spektrallinien die wichtigste Möglichkeit, Informationen über die Plasmaparameter zu gewinnen, da entweder wie in der Astrophysik die elektromagnetische Strahlung die einzige Verbindung zum Beobachter darstellt oder wie bei lasererzeugten Plasmen andere Möglichkeiten der Diagnostik nur unzureichend entwickelt sind. Einen wichtigen Teilaspekt bildet die Untersuchung von verbreiterten Spektrallinien. Aus der Linienform können quantitative Rückschlüsse über den Verbreiterungsmechanismus gezogen werden.

Die wichtigsten Verbreiterungsmechanismen sind bei den im Labor realisierbaren Plasmen Starkverbreiterung, Zeemanverbreiterung, Dopplerverbreiterung, van der Waals- und Resonanzverbreiterung. Bei experimentellen Untersuchungen ist die zusätzliche Verbreiterung durch die Nachweisapparatur zu berücksichtigen. Der in Laborplasmen hoher Dichte vorherrschende Verbreiterungsmechanismus ist der Starkeffekt; dies gilt im besonderen für den linearen Starkeffekt des Wasserstoffs. Sieht man vom Zentrum der Linien ab, so ist die Starkverbreiterung des neutralen Wasserstoffs und wasserstoffähnlicher Ionen in guter Näherung nur von der elektrischen Feldstärke am Ort des strahlenden Atoms abhängig. Die Messung der Verbreiterung erlaubt daher eine einfache Bestimmung der Ladungsträgerdichte.

Während die theoretische Beschreibung der Linienflügel sowohl durch die "modifizierten Stoßtheorien" und die "unified theories" als auch durch voll-quantenmechanische Rechnungen im wesentlichen mit dem Experiment übereinstimmt, treten im Zentralbereich große Diskrepanzen zwischen theoretischen und experimentellen Ergebnissen auf. Ein erst in neuerer Zeit durchgeführtes Präzisionsexperiment von Grützmacher und Wende (1977) ergab eine mehr als doppelt so große Halbwertsbreite als nach der damaligen Theorie erwartet wurde. Die Diskrepanz wurde in der Zwischenzeit durch Berücksichtigung der Ionendynamik und niederfrequenter Felder weitgehend behoben (Lee (1979 b), Seidel (1977 b),

Griem (1979)). Für die Beschreibung des Gesamtprofils fehlt jedoch eine geschlossene quantenmechanische Behandlung des Problems, die es ermöglicht, die Gültigkeit der Approximationen der theoretischen Ansätze zu testen.

Dies gilt besonders auch für die Beschreibung von Effekten höherer Ordnung, die zur Asymmetrie der Spektrallinien führen. Da der Übergang $n = 1$ nach $n = 2$ die einfachste Struktur aller Wasserstofflinien aufweist, ist die entsprechende Linie Ly_{α} besonders dazu geeignet, Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment aufzudecken. Aus diesem Grund wurde hauptsächlich Ly_{α} des neutralen Wasserstoffs untersucht. Die Elektronendichte des Z-Pinches betrug etwa $1,5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$, die Elektronentemperatur etwa $1,2 \cdot 10^5 \text{ K}$. In diesem Parameterbereich ist das Plasma noch durch spektroskopische Methoden im sichtbaren Spektralbereich zu diagnostizieren. Die räumlich, zeitlich und spektral aufgelöste Messung der Kontinuumsemission ermöglicht eine von der Linienverbreiterung unabhängige Methode zur Bestimmung der Plasmaparameter.

Während das Linienzentrum wegen der Reabsorption in den äußeren Bereichen des Entladungsrohres einer Messung nicht zugänglich ist, bestätigt das Studium der Asymmetrie von Ly_{α} im Rahmen der Meßgenauigkeit die Gültigkeit der Theorie von Demura und Sholin (1975). Strukturen auf dem Linienflügel sind mit der Theorie von Zhuzhunashvili und Oks (1977) durch die kollektiven Feldfluktuationen in der Nähe der Elektronenplasmafrequenz qualitativ zu beschreiben. Ob die Feldfluktuationen thermischen oder überthermischen Ursprungs sind, ist nicht von entscheidender Bedeutung, da nach der Theorie die Strukturen auf dem Linienflügel schon im thermischen Plasma beobachtbar sein sollten. Eine leicht überthermische Anregung der Feldfluktuationen ist jedoch nicht auszuschließen. Die Strukturen auf den Linienflügeln wurden bei anderen Experimenten mit hoher Elektronendichte nicht beobachtet. Dies läßt sich jedoch durch die Abweichungen in den Plasmaparametern erklären.

Im hier gewählten Parameterbereich sind Messungen der Asymmetrie von Ly_{α} nicht bekannt. Die Experimente von Fußmann (1975),

Behringer (1973) und Preston (1977) wurden bei um eine Größenordnung niedrigerer Temperatur und Elektronendichte durchgeführt. Gegenüber dem Z-Pinch-Experiment von Baker und Burgess (1979) weist dieses Experiment eine vierfach höhere Elektronentemperatur auf. Wegen der größeren Anzahl der Teilchen in der Debye-Kugel ist die Plasmaapproximation besser erfüllt. Außerdem wurden die anderen Experimente, mit Ausnahme von Behringer, in Argon - Wasserstoffplasmen durchgeführt.

Die Messung der Verbreiterungsparameter lithiumähnlicher Ionen liefert Hinweise dafür, daß die Linienbreiten größer sind, als von der Theorie vorhergesagt wird.

II. Grundprinzipien der Starkverbreiterung

Die Verbreiterung von Spektrallinien in einem Plasma rührt in erster Linie von den elektrischen Feldern des Plasmas her. Nur bei relativ dünnen Plasmen, die stark magnetisiert sind, überwiegt der Zeeman-Effekt, bei hohen Neutral- bzw. Ionentemperaturen muß der Dopplereffekt infolge der thermischen Bewegung des strahlenden Atoms oder Ions mitberücksichtigt werden. Die natürliche Linienbreite ist im Vergleich zu den anderen Verbreiterungsmechanismen immer vernachlässigbar, wenn man von Spezialfällen, z.B. sehr dünnen und kalten astronomischen Plasmen, absieht. Ebenso ist die Wechselwirkung des strahlenden Atoms mit neutralen Störteilchen, die zu Resonanz- und van der Waalsverbreiterung führen, zu vernachlässigen, solange man Plasmen mit hohem Ionisationsgrad betrachtet.

Die geschlossene quantenmechanische Berechnung der Profile von starkverbreiterten Linien ist ein nicht lösbares Problem, da das System des strahlenden Atoms mit den umgebenden Störteilchen ein hochkompliziertes Vielteilchenproblem darstellt. Zur praktischen Lösung des Problems ist man deshalb zu einer Reihe von Approximationen gezwungen, die den Gültigkeitsbereich der jeweiligen Theorie einengen. Da eine Reihe von Lösungsansätzen existieren, sollen hier nur die behandelt werden, die zur Interpretation der Messungen herangezogen werden. Um Konfusionen zu vermeiden, werden spezielle Aspekte im Zusammenhang mit den je-

weiligen experimentellen Ergebnissen diskutiert.

Die wichtigste Annahme ist, daß das inneratomare Feld groß gegen die Summe der äußeren Felder ist. Die äußeren Felder können deshalb als Störung des inneratomaren Feldes betrachtet werden.

Dies impliziert:

- a) Linien mit verschiedenen Hauptquantenzahlen sind isoliert,
- b) Stöße zwischen Zuständen mit verschiedenen Hauptquantenzahlen können vernachlässigt werden.

Für eine erlaubte Linie kann daher von der Beziehung für die spektrale Intensität pro Frequenzeinheit für einen elektrischen Dipolübergang ausgegangen werden.

$$P(\omega) = \frac{4\omega^4 e^2}{3c^3} \sum_{if\alpha} \delta(\omega - \omega_{if}) \left| \langle f | x_\alpha | i \rangle \right|^2 \varrho_i \quad (\text{II},1)^*$$

$|i\rangle$ und $|f\rangle$ sind die Eigenzustände des Gesamtsystems bestehend aus strahlendem Atom und Störteilchen, mit den Energieeigenwerten E_i und E_f und der Übergangsfrequenz

$$\omega_{if} = \frac{1}{\hbar} (E_i - E_f).$$

Der statistische Operator ϱ_i ist die Wahrscheinlichkeit, das System im Zustand $|i\rangle$ vorzufinden. Der Summenterm ist im Vergleich zu den Vorfaktoren eine schnell mit der Frequenz variierende Funktion, die man als Linienprofilfunktion (line shape function) $L(\omega)$ bezeichnet. Die Fouriertransformierte der Linienprofilfunktion

$$C(s) = \sum_{if\alpha} \exp(-i\omega_{if}s) \left| \langle f | x_\alpha | i \rangle \right|^2 \varrho_i \quad (\text{II},2)$$

läßt sich folgendermaßen umformen

* In den theoretischen Teilen der Arbeit werden cgs-Einheiten verwendet. Daneben wird zum Teil die Einheit $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$ benutzt.

$$C(s) = \sum_{if\alpha} \langle i | x_{\alpha} | f \rangle \exp\left(\frac{i}{\hbar} E_f s\right) \langle f | x_{\alpha} | i \rangle \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_i s\right) g_i$$

$$C(s) = \sum_{\alpha} \text{Tr} \left[x_{\alpha} t^+(s, 0) x_{\alpha} t(s, 0) \right] \quad (\text{II},3)$$

wobei

$$t(s, s') = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H(s - s')\right) \quad (\text{II},4)$$

der Zeitentwicklungsoperator des Gesamtsystems ist. Nach Gleichung (II,3) kann $C(s)$ als Autokorrelationsfunktion der Lichtamplitude bezeichnet werden.

Unter Hinzunahme der "classical path approximation" —

- c) Die Ladungsträger des Plasmas werden als klassische Teilchen betrachtet, Teilchen mit einem Stoßparameter, der kleiner als die de Broglie Wellenlänge ist, sind wechselwirkungsfrei.
- d) Die Rückwirkungen des Atoms auf die Störer werden vernachlässigt, mit Ausnahme der Monopol - Monopolwechselwirkung, wenn der Strahler ein Ion ist, —

kann man den Hamiltonoperator des Gesamtsystems als

$$H = H_A + \sum_j (K_j + V_j) + \sum_{\substack{j,k \\ j < k}} V_{jk} \quad (\text{II},5)$$

ausdrücken, H_A ist der Hamiltonoperator des ungestörten Systems, K_j und V_j die kinetische Energie und das Wechselwirkungspotential zwischen Atom und Störteilchen, V_{jk} die Korrelationsenergie der Störteilchen untereinander, die vernachlässigt oder durch gegenseitige Abschirmung der Teilchen berücksichtigt wird.

Ein Plasma besteht aus mehreren Komponenten mit großem Massenverhältnis und daher verschiedener Zeitabhängigkeit der Wechselwirkung, die eine Berechnung des Zeitentwicklungsoperators sehr erschweren. Die beiden Extreme, die verschiedene Zeitabhängigkeiten der Wechselwirkung beschreiben, sind die quasistatische Approxi-

mation und die Stoßapproximation.

II. 1 Quasistatische Approximation

Bezeichnet man das Feld am Ort des Atoms mit $F(t)$, kann man die Zeitabhängigkeit des Feldes vernachlässigen, wenn gilt:

$$\left| \frac{1}{F} \frac{dF}{dt} \right| \ll \Delta \omega_{if} (F) \quad (\text{II,6a})$$

$\Delta \omega_{if} (F)$ ist die Verschiebung des Starkniveaus im elektrischen Feld F gegenüber der ungestörten Position.

Dieses Kriterium kann mit $\frac{1}{F} \frac{dF}{dt} \approx \frac{v}{r}$ umgeformt werden (Griem 1974)

$$|\Delta \omega| \gg (v^2/Z_p e)^{n/(2n-1)} C_{if}^{-1/(2n-1)} \quad (\text{II,6b})$$

C_{if} sind die Starkkoeffizienten, die durch

$$\Delta \omega_{if} (F) = C_{if} F^n$$

definiert sind. $n = 1$ gilt für linearen, $n = 2$ für quadratischen Starkeffekt, v ist die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Atom und dem Störteilchen, $Z_p \cdot e$ die Ladung des Störers. Für den linearen Starkeffekt des Wasserstoffs geht Gleichung (II,6b) über in

$$\Delta \omega \gg \Delta \omega_w = \left[\frac{3\pi}{2m_e} (n_i \bar{q}_i - n_f \bar{q}_f) \right]^{-1} v^2 \quad (\text{II,6c})$$

wenn über die Starkkomponenten (in parabolischen Quantenzahlen) $q = (n_1 - n_2)$ gemittelt wird. $\Delta \omega_w$ ist die Weißkopffrequenz der Linie. Genauere Analysen ergeben, daß der Gültigkeitsbereich der quasistatischen Theorie bis zur Weißkopfgrenze ausgedehnt ist.

Die quasistatische Approximation ist außer im unmittelbaren Linienzentrum gut erfüllt für Ionen und linearen Starkeffekt. Für Elektronen ist die Approximation nur in Ausnahmefällen geeignet.

In der quasistatischen Approximation spalten Anfangs- und Endzustand im Ionenfeld auf. Das Linienprofil erhält man durch Mittelung über alle möglichen Feldstärken F , deren Verteilung durch die Mikrofeldverteilung $W(F) dF$ beschrieben wird. Die Mikrofeldverteilung muß separat berechnet werden.

Für nicht korrelierte Teilchen erhält man nach Einführung der Holtsmarkfeldstärke $F_0 = 2\pi \left(\frac{4}{15}\right)^{2/3} Z_p N_e^{2/3}$ und der reduzierten Feldstärke $\beta = F/F_0$ die Holtsmarkverteilung $H(\beta) = F_0 W(F)$ zu:

$$H(\beta) = 2\pi^{-1} \beta \int_0^{\infty} \exp(-x^{3/2}) \sin(\beta x) x dx \quad (II,7)$$

Für große Feldstärken $\beta \rightarrow \infty$, geht die Holtsmarkverteilung in die Einteilchennäherung (nearest neighbour approximation) über

$$H_{as}(\beta) = 1,496 \beta^{-5/2}.$$

Realistischere Verteilungen des Mikrofeldes erhält man unter Berücksichtigung der Abschirmung; sie hängen dann vom Verhältnis

$$a = \frac{r_1}{\lambda_D} = \left(\frac{3}{4\pi N_i} \right)^{1/3} \lambda_D^{-1}$$

ab. Über die Debyelänge λ_D sind sie damit leicht temperaturabhängig. Für die typischen Daten des Experiments sind in Abb. 1 die Mikrofeldverteilung von Hooper (1967), die Holtsmarkfeldstärke und die Einteilchennäherung aufgetragen. Da Korrelationen für große Feldstärken verschwinden, gehen alle Mikrofeldverteilungen asymptotisch in die Einteilchennäherung über.

II.2_Stoßnäherung

Die Stoßnäherung ist komplementär zur quasistatischen Näherung. Die Annahme der Stoßnäherung ist im wesentlichen, daß der mitt-

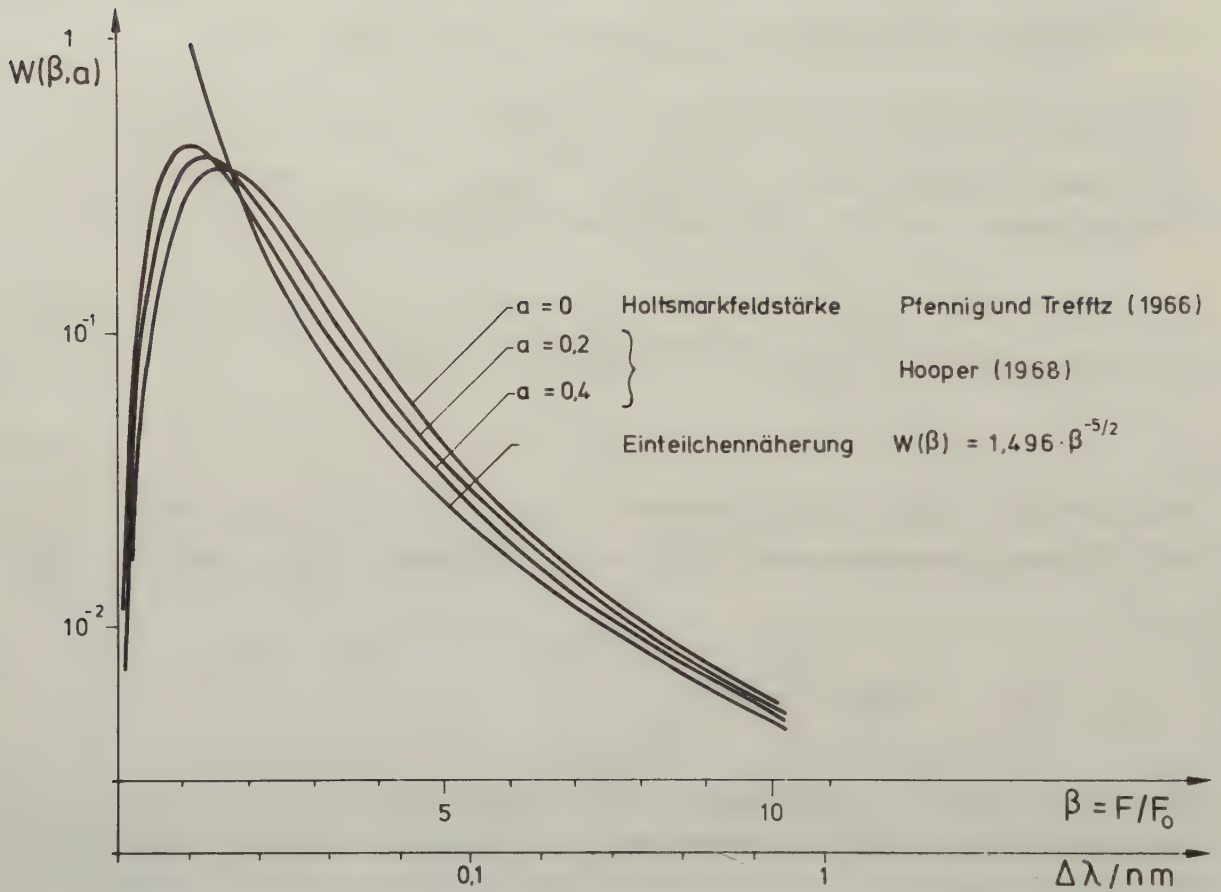


Abb. 1: Mikrofeldverteilung bei verschiedenen Werten des Abschirmparameters a . (Für die Normalbedingungen des Experiments ist $a = 0,28$). λ -Skala für Ly_α , $N_e = 1,0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$

lere Stoß schwach ist. Gleichzeitige starke Stöße werden ausgeschlossen. Unter schwachen Stößen versteht man in diesem Zusammenhang Stöße, die die Phase des Systems stören, die Amplitude jedoch im wesentlichen erhalten. Starke Stöße ändern die Amplitude und Phase des Systems so sehr, daß die Korrelation völlig verlorenggeht. Die charakteristische Zeit der Autokorrelationsfunktion ist die kleinere von $\Delta\omega^{-1}$ und w^{-1} , wobei $\Delta\omega$ die Frequenzverschiebung und w die Halbwertsbreite der Linienverbreiterungsfunktion ist. Die Bedingung für die Gültigkeit der Theorie ist damit

$$\tau^{-1} \gg \text{Max} (|\Delta\omega| , w)$$

Die charakteristische Stoßzeit τ kann für ein Teilchen mit Stoßparameter ϱ und Geschwindigkeit v durch $\tau \approx \varrho/v$ abgeschätzt werden. Die Stoßapproximation ist daher besonders für schnelle Störteilchen wie Elektronen geeignet.

Unter den Voraussetzungen der Stoßapproximation kann die gleichzeitige Wechselwirkung der Elektronen durch schwache Stöße unter Ausnutzung der Unitarität des Zeitentwicklungsoperators im Wechselwirkungsbild auf die Berechnung der Streuamplitude des einzelnen schwachen Elektronenstoßes zurückgeführt werden. Die Mittelwertbildung wird dann durch Mittelung über die Stoßparameter der einzelnen Elektronen durchgeführt.

Die zeitabhängige Wechselwirkung zwischen dem Atom und den Störteilchen kann daher durch einen effektiven zeitunabhängigen Term $i\hbar\phi$ ersetzt werden. Der gemittelte Zeitentwicklungsoperator des Gesamtsystems ist damit

$$i\hbar \frac{d t_{av}}{dt} = (H_a + i\hbar\phi) t_{av} \quad (II,9)$$

ϕ ist der von Griem und Kolb (1958) eingeführte Stoßoperator.

Durch Rücktransformation der Autokorrelationsfunktion (II,3) er-

hält man das Linienprofil bei festgehaltenem Ionenfeld β

$$L(\omega, \beta) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \sum_{\alpha, f, i', i''} \langle i' | x | f \rangle \langle f | x | i'' \rangle \cdot \langle i' | (i(\omega - \omega_a(\beta)) + \phi_a)^{-1} | i'' \rangle \quad (\text{II.10})$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß der Endzustand nicht gestört ist. Das Gesamtprofil ergibt sich durch Integration des Linienprofils $L(\omega, \beta)$ über die Mikrofeldverteilung $H(\beta, a)$

$$L(\omega) = \int_0^\infty H(\beta, a) L(\omega, \beta) d\beta \quad (\text{II.11})$$

Die Stoßapproximation führt sowohl für $\beta \rightarrow \infty$, als auch für $\beta \rightarrow 0$ zu logarithmischen Divergenzen, so daß Abschneideprozeduren nötig werden.

Die "modified impact theories" verwenden frequenzabhängige Abschneideprozeduren, der Stoßoperator wird dadurch frequenzabhängig.

Die Stoßapproximation führt zu Lorentzprofilen mit der vollen Halbwertsbreite

$$W = - \operatorname{Re} \langle i | \phi | i \rangle \quad (\text{II.12})$$

und der Linienverschiebung

$$d = - \operatorname{Im} \langle i | \phi | i \rangle \quad (\text{II.13})$$

Für sehr kleine Stoßparameter ist die Stoßapproximation nicht mehr gültig, da dann praktisch das gesamte elektrische Feld am Ort des Atoms durch ein einzelnes Störteilchen verursacht wird. Die Störung wird dann besser durch eine Einteilchennäherung beschrieben. Für genaue Rechnungen ist eine Behandlung des Problems

vorzuziehen, die auch die quantenmechanischen Aspekte des Störteilchens berücksichtigt (Feautrier et al (1976)).

Die "unified theories" gestatten darüber hinaus, auch den Übergangsbereich vom stoßbestimmten Zentrum zum quasistatischen Flügel zu behandeln, indem (z.B. bei Vidal et al (1970)) die Annahme fallengelassen wird, daß alle schwachen Stöße abgeschlossen sind.

Bei Wasserstofflinien müssen zur Berechnung des Profils in der Nähe des Linienzentrums noch die Ionenbewegung und niederfrequente kollektive Plasmaschwingungen berücksichtigt werden (Griem 1979): Für $Ly\alpha$ überwiegen diese Effekte die Elektronenstoßbreite.

Zur Diskussion von speziellen Effekten wie Asymmetrien und Sattellitenstrukturen erscheint die Stoßtheorie besser geeignet als die "unified theories", da in letzteren die Profile für den speziellen Fall numerisch zu bestimmen sind und keine analytischen Näherungen angegeben werden können.

II.3 Kollektive Effekte

In einem Plasma sind nicht nur die statistischen Felder vorhanden, die von den Ionen und Elektronen verursacht werden. Schon im thermodynamischen Gleichgewicht sind kollektive Felder angeregt, die durch korrelierte Teilchen außerhalb der Debye-Kugel verursacht werden.

Aus dem Gleichverteilungssatz erhält man für die Energiedichte der longitudinalen Plasmawellen (Griem 1974)

$$\frac{(E_W^{th})^2}{8\pi} \approx \frac{KT}{24\pi^2 \lambda_D^3} \quad (II,14)$$

Dies ist mit dem statistischen Teilchenfeld

$$\bar{F}_s \approx 3,4 F_0 \approx 8,8 Z_p e N_e^{2/3} \quad (II,15)$$

zu vergleichen. Mit der Definition des mittleren Teilchenabstands

$$\frac{4}{3} \pi r_1^3 N_e = 1$$

berechnet man für das Verhältnis des Wellenfeldes zum Teilchenfeld

$$\frac{\bar{E}_w}{\bar{F}_s} \approx 0,17 (r_1 / \lambda_D)^{1/2} \quad (II,16)$$

Das Verhältnis ist also umgekehrt proportional der 6. Wurzel der "Zahl der Teilchen pro Debye-Kugel" und liegt für typische Parameter unseres Experiments in der Nähe von 0,1.

Reale Plasmen sind jedoch vielfach nicht thermisch sondern turbulent. Das statistische Feld wird davon nur wenig beeinflusst, das kollektive Wellenfeld hängt dagegen stark vom Turbulenzgrad des Plasmas ab. Die experimentelle Bestimmung des Frequenzspektrums der Turbulenz gelingt nur in seltenen Fällen. Eine Möglichkeit, Information über das mittlere Amplitudenquadrat der Feldstärke zu erhalten, bietet die Messung von verbotenen Komponenten von Spektrallinien.

Befindet sich in geringem Abstand von einem erlaubten Dipolübergang ($\Delta l = \pm 1$) ein verbotener Übergang mit ($\Delta l = 0, \pm 2$) wird das Verbot durch das elektrische Feld teilweise aufgehoben (Baranger und Mozer (1961), Wiegart (1977), Pal (1978)). Das elektrische Feld induziert Dipolübergänge zwischen den benachbarten Niveaus, man kann dann das Störpotential folgendermaßen darstellen

$$V(t) = d \sum_{\varphi, \Omega} \vec{E}_{\varphi, \Omega} \cos(\Omega t + \varphi). \quad (II,17)$$

Ω und φ sind die Frequenz und die beliebig angenommene Phase der kollektiven Schwingung.

In der 2. Ordnung der Störungsrechnung erhält man für das Linienprofil (Griem (1974))

$$L(\Delta\omega) \approx \delta(\Delta\omega - \Delta\omega_q) + S_- \delta(\Delta\omega - \Delta + \Omega) + S_+ \delta(\Delta\omega - \Delta - \Omega). \quad (\text{II}, 18)$$

$\Delta\omega$ ist der Frequenzabstand der Strahlung von der ungestörten Position der erlaubten Linie und Δ der Abstand der verbotenen Linie von der erlaubten. Die Größen $\Delta\omega_q$, S_- und S_+ bedeuten

$$\begin{aligned} \Delta\omega_q &= - \frac{2A\Delta}{\Delta^2 - \Omega^2} \langle E^2 \rangle \\ S_{\pm} &= \frac{A}{(\Delta \pm \Omega)^2} \langle E^2 \rangle \\ A &= \frac{1}{6} \left(\frac{\hbar}{m_e e} \right)^2 R_{11'} \end{aligned}$$

wobei $R_{11'}$ das Radialintegral ist

$$R_{11'} = \frac{\text{Max}(1, 1')}{2l+1} \left[\frac{\int_0^\infty R_1(r) R_{1'}(r) r^3 dr}{a_0} \right]^2. \quad (\text{II}, 19)$$

Zu seiner Berechnung genügt in der Mehrzahl der Fälle der Wert für wasserstoffähnliche Systeme.

Das hochfrequente Feld führt also zu einer Verschiebung der Hauptlinie und zu zwei Satelliten, die symmetrisch zur verbotenen Linie auftreten. Da die Theorie auch für $\Omega \rightarrow 0$ gültig ist, führt auch das quasistatische Feld zum Auftreten der verbotenen Komponenten. Die Theorien sind jedoch nur gültig, solange die Kopplung der einzelnen Moden und die Dämpfung vernachlässigt werden können. Für die Beschreibung eines turbulenten Plasmazustandes muß der stochastische Charakter des Feldes mit berücksichtigt werden (Oks und Sholin (1975), Nee und Griem (1976)).

Linien mit verbotenen Komponenten werden häufig zur Messung der Feldstärke und des Spektrums turbulenter Felder verwendet; meist werden dazu Übergänge im neutralen Helium benutzt (Griem (1974)). Drawin und Ramette (1978) weisen jedoch darauf hin, daß die Messung der verbotenen Komponenten und der Baranger-Mozer Satelliten durch Emissionslinien von He_2 -Molekülen gestört sein könnte.

Für Plasmen hoher Elektronendichte sind He-Linien nicht mehr geeignet. Die verbotenen Komponenten und Baranger-Mozer Satelliten sollten jedoch auch bei Ionenlinien, z.B. Li - ähnlichen Ionen auftreten. Linien von höher angeregten Niveaus Li - ähnlicher Ionen sind in einem weiten Temperaturbereich zu beobachten. Durch Wahl des Ions und des Ausgangsniveaus kann die Linie ausgewählt werden, für die der Abstand Δ und das Radialintegral R_{11} optimal an die Plasmaparameter angepaßt sind. Im Rahmen der Arbeit wurde deshalb untersucht, ob Linien Li - ähnlicher Ionen zur Diagnostik dichter Plasmen verwendbar sind.

III. Daten des Experiments

Zur Erzeugung des Plasmas dient ein linearer Z-Pinch, dessen charakteristische Daten etwa denen des Experiments von Zwicker (1964) entsprechen.

Die elektrischen Daten des Experiments sind:

a) Batterie der Hauptentladung

	maximale Werte	typische Werte
Kapazität	9 x 4,5 μ F	
Ladespannung	40 kV	32 kV
gespeicherte Energie	32 kJ	20,7 kJ
Periodendauer	ca. 7 μ s	
mittlere		
Gesamtinduktivität	31 nH	
maximaler Enladungstrom	1,4 MA	1,1 MA

b) Batterie der Vorentladung

	maximale Werte
Kapazität	2,2 μF
Ladespannung	30 kV
Energie	1 kJ
Periodendauer	10 μs

Die Kondensatoren der Hauptbatterie sind parallel über 9 Funkenstrecken und Bandleiter an die gemeinsame Kollektorplatte angeschlossen, das Entladungsgefäß ist koaxial auf der Kollektorplatte montiert.

Die 3 Elektrodenfunkenstrecken (Dokopoulos et al. (1972)) werden durch einen "master trigger" gezündet, der aus einem zweistufigen Marxgenerator und parallelen Kabelverdopplerschaltungen besteht. Der Zündkreis wird durch einen 15 kV Triggerimpuls angesteuert und liefert an den offenen Enden der Kabel eine Spannung von nominal 200 kV. Die Elektroden der Funkenstrecken sind kapazitiv gegenüber dem Zündkreis entkoppelt. Die Durchbruchspannung der Funkenstrecken wird durch Variation des Elektrodenabstandes und des Innendrucks individuell eingestellt. Bei optimaler Einstellung der Funkenstrecken beträgt der Jitter der Gesamtanlage weniger als 50 ns, der Jitter zwischen den einzelnen Funkenstrecken der Hauptentladung ist kleiner als 10 ns. Bei der Auslegung der Hauptentladung wurde darauf geachtet, daß die Abweichungen von der Zylindersymmetrie möglichst gering sind und daß die Gesamtinduktivität hinreichend klein bleibt.

Die Batterie der Vorentladung dient zur Vorionisierung des Plasmas und ist über ein Kabel, das als Zusatzinduktivität wirkt, und einen Serienwiderstand an die Kollektorplatte angeschlossen. Versuche ergaben jedoch, daß in Entladungen in Wasserstoff ohne Vorionisierung eine bessere Reproduzierbarkeit erreicht wurde. Die Messungen dieser Arbeit wurden deshalb alle ohne Vorionisierung durchgeführt. Die Werte für Strom und Spannung werden mit Hilfe einer Rogowskyspule und eines Spannungsteilers gemessen.

Der Anschluß der differentiellen Pumpstrecke des VUV-Spektrometers an das Entladungsgefäß bewirkt, daß das Plasma das Potential des VUV-Spektrometers annimmt, das zur Minimierung elektrostatischer Einstreuungen auf die Multiplier geerdet sein muß. Zur Vermeidung von Erdschleifen liegen die Batterien von Vor- und Hauptentladung auf Float-Potential, die elektrischen Verbindungen zu den Ladegeräten werden vor Zündung der Entladung getrennt. Die Vakuumanlage ist durch evakuierte Zwischenstücke aus Glas zum Entladungsgefäß isoliert.

Die Ablaufsteuerung des Experiments wird durch ein elektromechanisches Programmschaltwerk übernommen. Durch entsprechende Verriegelungen ist sichergestellt, daß die Batterie nur geladen werden kann, wenn der Druck im Entladungsgefäß so hoch ist, daß ein Zünden der Entladung zu erwarten ist.

III.1. Spektroskopischer Aufbau

Das Entladungsgefäß besteht aus einem Quarz- oder Pyrexrohr von 18 cm Innendurchmesser und 60 cm Länge, die Elektroden aus Edelstahl haben einen Abstand von 50 cm. Um eine Beobachtung des Plasmas zu ermöglichen, befinden sich in halber Höhe Stützen von 3 cm Durchmesser. Bei einem Quarzgefäß kann das Plasma auch durch die Gefäßwand hindurch beobachtet werden, während bei einem Glasgefäß die Oberfläche nach wenigen Entladungen stark aufgerauht und undurchsichtig wird. Die Rückleiter sind durch einen Polyäthylenüberzug oder durch Plastikscheiben gegen die Stützen isoliert.

Das Entladungsgefäß wird vor jeder Entladung auf etwa $5 \cdot 10^{-5}$ Torr evakuiert, das Arbeitgas wird kurz vor der Entladung aus einem Puffervolumen in ein kleines Zwischenvolumen eingelassen und anschließend in den Pinch expandiert. Das Verhältnis der Volumina von Zwischenvolumen und Entladungsgefäß wird so gewählt, daß der Druck im Vorratsgefäß mit mechanischen Manometern bequem meßbar ist. Das Volumenverhältnis wird bestimmt durch die Messung des Druckes im Entladungsgefäß mit einem Kapazitätsmanometer (MKS-Baratron) oder nach mehrmaligem Einlassen mit einem mechanischen Feinmeßmanometer (Wallace und Tiernan, 1 - 20 Torr).

Zur Herstellung von Gasgemischen ist die Einfüllanlage doppelt vorhanden. Das Einlaßsystem erlaubt eine von der Gasart unabhängige Bestimmung des Fülldruckes und vermeidet Entmischungseffekte bei Gasgemischen. Die Reproduzierbarkeit des erreichten Druckes ist besser als 0,5 %, die Genauigkeit besser als 1 % des Meßwertes. Als Arbeitsgase werden Wasserstoff und Helium verwendet, denen gegebenenfalls kleine Mengen von Diboran, Methan, Stickstoff oder Sauerstoff zugemischt werden.

Abb. 2 zeigt schematisch den Versuchsaufbau für spektroskopische Messungen.

Messungen im Sichtbaren und Quarz-UV werden mit einem 1 m Czerny-Turner Monochromator durchgeführt, und zwar mit einer Auflösung von etwa 0,03 nm; das Plasma wird dabei in Höhe der Stutzen durch das Quarzgefäß hindurch beobachtet. Die Reproduzierbarkeit des Plasmas wird durch einen Monitor im Sichtbaren kontrolliert, der die Kontinuumsemission im Bereich von 520 nm nachweist und ein Maß für die Elektronendichte darstellt. Ein weiterer Monochromator im Sichtbaren ist auf einem schwenkbaren Arm angeordnet und erlaubt die Messung des radialen Intensitätsprofils.

Zur Messung im VUV-Bereich steht ein normal-incidence-Monochromator (Mc Pherson Modell 225) zur Verfügung, der über eine differentielle Pumpstrecke an das Entladungsgefäß angeschlossen ist. Zur Kalibrierung der Wellenlänge und zum Test der Auflösung dient eine am gegenüberliegenden Flansch angebrachte Hintereggerlampe, die mit ausreichender Intensität Linien von einfachionisierten Atomen liefert.

Für Photonenenergien, die größer sind als die Ionisationsenergie des molekularen Wasserstoffs, bewegt sich der Absorptionskoeffizient bei Normalbedingungen in der Größenordnung von $100 - 900 \text{ cm}^{-1}$. Um eine Reabsorption der Strahlungen zu vermeiden, ist es nötig, den Druck durch eine differentielle Pumpstrecke möglichst nah an der Außenwand des Entladungsgefäßes zu reduzieren. Dies wird durch ein schnelles Ventil realisiert, das etwa 10 ms vor dem Zünden der Entladung geöffnet wird und einen Spalt von $1 \times 10 \text{ mm}^2$ freigibt. Das Gas strömt in ein Puffervolumen von etwa 8 l, das auf einen Ausgangsdruck von 10^{-5} Torr evakuiert ist. Nach der

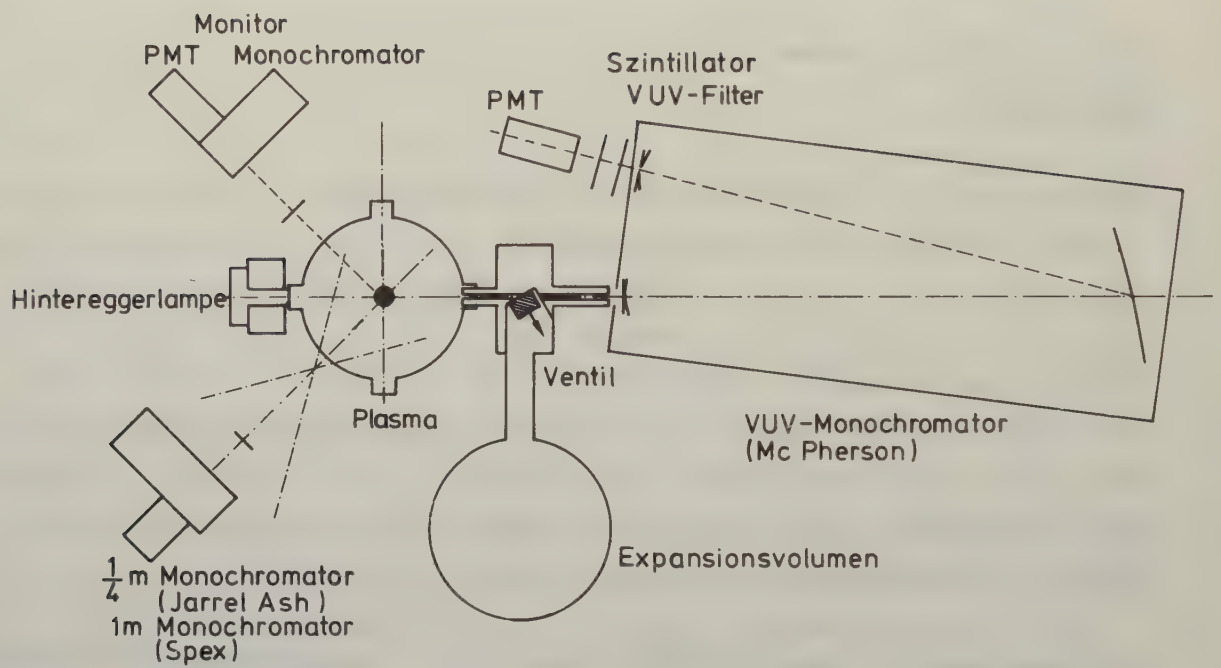


Abb. 2: Versuchsaufbau für spektroskopische Messungen (schematisch)

Entladung wird das Puffervolumen über den Monochromator leergepumpt. Der Druck im Monochromator beträgt etwa 2×10^{-6} Torr, eine Druckerhöhung beim Öffnen des Ventils ist nicht nachweisbar. Da sich infolge der Abrasion von den Wänden und den Elektroden die Spaltöffnung allmählich zusetzt und den Raumwinkel verringert, ist der Spalt an der Vorderseite auf ca. 2 mm erweitert. Die Transmission des Systems ist über etwa tausend Entladungen konstant, anschliessend müssen die Ablagerungen im Spalt entfernt werden.

Der Raumwinkel, aus dem Strahlung nachgewiesen wird, ist infolge der engen Öffnung des differentiellen Spaltes gering, die Auflösung des Monochromators wird in erster Linie durch die Anzahl der beleuchteten Gitterstriche begrenzt, erst bei sehr kleinen Spaltbreiten $\leq 30 \mu\text{m}$ wird die ausgeleuchtete Gitterfläche durch Beugung am Eintrittsspalt wieder nennenswert vergrößert. Die Auflösung bei einer Spaltbreite von $30 \mu\text{m}$ beträgt etwa 0,028 nm, das Apparateprofil ist im Bereich von etwa 2 Zehnerpotenzen gut durch ein Voigtprofil approximierbar.

Die VUV-Strahlung wird durch einen Szintillator in sichtbare Strahlung umgewandelt und mit einem Photomultiplier (EMI 9813 QB) nachgewiesen. In den Strahlengang können zwischen Austrittsspalt und Szintillator noch Filter eingebracht werden. Als Szintillator werden p-Terphenyl und Natriumsalyzilat gewählt. Die p-Terphenyl-Szintillatoren mit einer Massenbelegung von etwa $0,5 - 2 \text{ mg/cm}^2$ wurden im Hochvakuum ($p < 10^{-5}$ Torr) aufgedampft, die Dicke wurde durch Wägung bestimmt. Die Natriumsalyzilat-Szintillatoren wurden durch Aufsprühen einer gesättigten Lösung von Natriumsalyzilat in Azeton auf die Substrate hergestellt. Um Fluoreszenzen zu vermeiden, bestehen die Substrate und das Eingangsfenster des Photomultipliers aus synthetischem Quarz. Das Streulichtsignal der gesamten Anordnung im Quarz-UV und sichtbaren Bereich ist kleiner als der elektrische Rauschpegel und damit kleiner als etwa 10^{-4} des Signals der stärksten Linien. Wegen der größeren Quantenausbeute wurden Routinemessungen mit den p-Terphenylszintillatoren vorgenommen. Im Gegensatz zu Samson (1967) wurden im Bereich von $0,5 - 2 \text{ mg/cm}^2$ keine nennenswerten Variationen der Empfindlichkeit festgestellt.

Die Linearität der Photomultiplier wurde mit einem handelsüblichen Computerblitzgerät getestet; die Nichlinearität ist bis zu Strömen von 20 mA kleiner als 2 %.

Die elektrischen Signale werden durch ein passives Integrationsglied leicht integriert ($\tau \approx 10$ ns) und auf Tektronix 556 - Oszillographen nachgewiesen. Infolge der endlichen Anstiegszeit der Oszillographen $\tau \approx 5$ ns, des Photomultipliers $\tau \approx 3$ ns und durch die Zeitkonstante des Szintillators $\tau \approx 3,5$ ns ergibt sich eine Gesamtanstiegszeit von etwa 12 ns.

Zur exakten Zeitzuordnung der einzelnen Kanäle werden die Oszillographen nach Abklingen der Multipliersignale nochmals getriggert und auf die einzelnen Kanäle Zeitmarken gegeben. Die Oszillogramme werden photographiert, auf einen halbautomatischen Digitalisiertisch projiziert und zur weiteren Verarbeitung auf Lochstreifen ausgegeben.

Pro Meßpunkt wird über mehrere Schüsse gemittelt. Zur Eliminierung der Zeitunsicherheit werden die einzelnen Entladungen auf den Monitor bezogen. Schüsse, bei denen die Intensität des Monitors sich um mehr als 10 % vom Mittelwert unterscheidet, werden nicht berücksichtigt.

Infolge der halbautomatischen Auswertung können mit geringem Aufwand bei der Ablesung der Oszillographenkurven eine hohe Punktdichte und relativ kleine Integrationszeiten des Nachweissystems gewählt werden. Die Integrationszeiten für die Spektren lassen sich dann auf numerischem Weg durch gleitende Mittelwertbildung oder allgemein durch Faltung mit passend gewählten Filterfunktionen simulieren und optimal an die Streuung der Meßwerte und den Zeitverlauf anpassen. Man ist daher nicht auf die zwar elektrisch einfach zu realisierenden, physikalisch jedoch nicht unbedingt optimalen Exponentialfilter beschränkt.

Eine zwischenzeitlich eingesetzte 8-Kanal Anordnung, bei der der Szintillator direkt auf einem Spaltpaket von 30 μ m Mittenabstand aufgedampft war und die Strahlung über 8 Photomultiplier nachgewiesen wurde, brachte keine Verbesserung der Reproduzierbarkeit

und Verringerung der Meßzeit: infolge der schlechten Anpassung des Szintillatorspektrums ($I_{\max} \approx 350 \text{ nm}$) an die Transmissionskurve des Lichtleitersystems sowie durch dessen Endverluste war das Signal auf weniger als 10 % abgefallen, und die ungünstigere Photonenstatistik verschlechterte das Signal-Rauschverhältnis entsprechend. Außerdem brachte die Relativeichung der einzelnen Kanäle im VUV zusätzliche Fehler mit sich. Quantitative Messungen wurden deshalb nur mit dem einkanaligen System ausgeführt.

IV. Bestimmung der Elektronendichte aus der Kontinuumsstrahlung

Die Emission eines Wasserstoffplasmas hinreichend hoher Temperatur ($T_e \approx 10^5 \text{ K}$) wird im wesentlichen durch Bremsstrahlung von Elektronen an Wasserstoffkernen und zum kleineren Teil durch Photorekombination bestimmt. Nur bei Temperaturen kleiner als etwa 10^4 K muß noch das Kontinuum von H^- und von molekularem Wasserstoff berücksichtigt werden (Stallcop (1975)).

Die frei-frei und frei-gebunden Strahlung eines wasserstoffähnlichen Plasmas kann man nach Griem (1964) wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\omega) d\omega &= \frac{32 (\alpha a_0)^3 Z E_H}{3^{3/2} \pi^{1/2}} \left(\frac{Z^2 E_H}{kT} \right)^{3/2} \\ &\left[\sum_n \frac{g_n(\omega)}{n^3} \exp \frac{Z^2 E_H}{n^2 kT} + \frac{g_f(\omega, T)}{2} \frac{kT}{Z^2 E_H} \exp \frac{Z^2 E_H}{n_1^2 kT} \right] \\ &N_e N_a^{(Z+)} \exp \frac{-\Delta E_\infty^{Z-1} - h\omega}{kT} d\omega \quad (\text{IV},1) \end{aligned}$$

Die Konstanten haben folgende Bedeutung

a_0 = Bohrscher Radius

α = Feinstrukturkonstante

Z = Kernladungszahl

- E_H = Rydbergkonstante
- n = Hauptquantenzahl des Endzustands des frei-gebunden Übergangs
- n_1 = Höchste unterscheidbare Hauptquantenzahl (Inglis-Teller-Grenze)
- ΔE_{∞}^{Z-1} = Erniedrigung der Ionisierungsenergie des freien H-Atoms durch das umgebende Plasma
- $g_n(\omega)$ = Gaunt-Faktoren für frei-gebunden Strahlung
- $g_f(\omega, T)$ = Gaunt-Faktor für frei-frei-Strahlung

In Gleichung (IV.1) ist berücksichtigt, daß die Ionisationsenergie des freien Atoms durch die Wechselwirkung mit den benachbarten Plasmateilchen um ΔE_{∞}^{Z-1} erniedrigt ist. Niveaus oberhalb der Inglis-Teller-Grenze werden als kontinuierlich betrachtet und durch Integration dem Kontinuum zugerechnet. Die Gauntfaktoren, die die Abweichung der quantenmechanischen Rechnungen von der klassischen Kramers'schen (1923) Theorie beschreiben, wurden z.B. von Karzas und Latter (1961) berechnet. Karzas und Latter benutzten dabei den analytischen Ausdruck, den Sommerfeld und Maue (1935) unter Vernachlässigung der Retardierung und relativistischer Effekte für den Wirkungsquerschnitt für frei-frei und frei-gebunden Übergänge in einem Coulombfeld erhielten und mittelten über eine Maxwellverteilung der Elektronen. Die frei-gebunden-Koeffizienten sind bei Karzas und Latter (1961) tabelliert, für die frei-frei-Gauntfaktoren gibt Stallcop (1974) eine analytische Approximation an die Originalwerte von Karzas und Latter an.

Da die Temperaturabhängigkeit der frei-frei-Strahlung geringer ist als die der frei-gebunden-Strahlung, wird eine Wellenlänge mit $\lambda > \lambda_B$, der Wellenlänge der Balmerkante, verwendet.

Zeitintegrierte photographische Spektren zeigen, daß im Bereich von $\lambda \approx 525$ nm keine Verunreinigungslinien liegen, Abschätzungen ergeben, daß der Einfluß von H_{α} und H_{β} gering ist. Abb. 3 zeigt den berechneten Emissionskoeffizienten bei 520 nm und einer Elektronendichte von $n_e = 1 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ im Bereich kT_e von 2 - 15 eV sowie den Beitrag des Linienflügels von H_{β} . H_{α} , H_{γ} und die höheren Mitglieder der Balmerreihe liefern nur einen vernachlässigbaren Beitrag. Nach Abb. 3 ist die Temperaturabhängigkeit des Emissionskoeffizienten nur gering; im Bereich von $kT_e > 5$ eV ist der Temperaturverlauf des gesamten Emissionskoeffizienten, also der Summe der frei-frei, der frei-gebunden- und der gebunden-gebunden-Strahlung

$$\epsilon_{\text{ges}} \sim \frac{1}{(kT)^{1/2}} \cdot N_e^2 \quad (\text{IV},2)$$

so daß der Fehler in der Temperaturmessung in den Wert für die Elektronendichte nur mit der 4. Wurzel eingeht.

Die Elektronentemperatur wurde nach der Bartels'schen Methode aus der maximalen Emissivität des Plasmas im infraroten Bereich bestimmt (Finken et al. (1979)).

Zur Bestimmung des lokalen Emissionskoeffizienten ist der Monochromator auf einem Ausleger montiert, der um eine Achse parallel zur Pinchachse schwenkbar ist. Durch Öffnungen in den Rückleitern wird die Intensität bei verschiedenen Abständen von der Pinchachse gemessen.

Die Öffnungen in den Rückleitern wie auch die Stützen im Plasmagefäß müssen möglichst klein gehalten werden, da die Aussparungen in den Rückleitern den coaxialen Aufbau des Pinches stören und zu Abweichungen von der Zylindersymmetrie führen, was die Anregung von MHD-Instabilitäten begünstigt. Um auch bei kleinen Öffnungen den radialen Bereich hinreichend groß zu halten, muß die Schwenkachse möglichst dicht am Rückleiter platziert werden.

Die Öffnung im Rückleiter beträgt $15 \times 15 \text{ mm}^2$, zur Begrenzung des Raumwinkels und des Streulichtes dient ein 3-Blendensystem mit

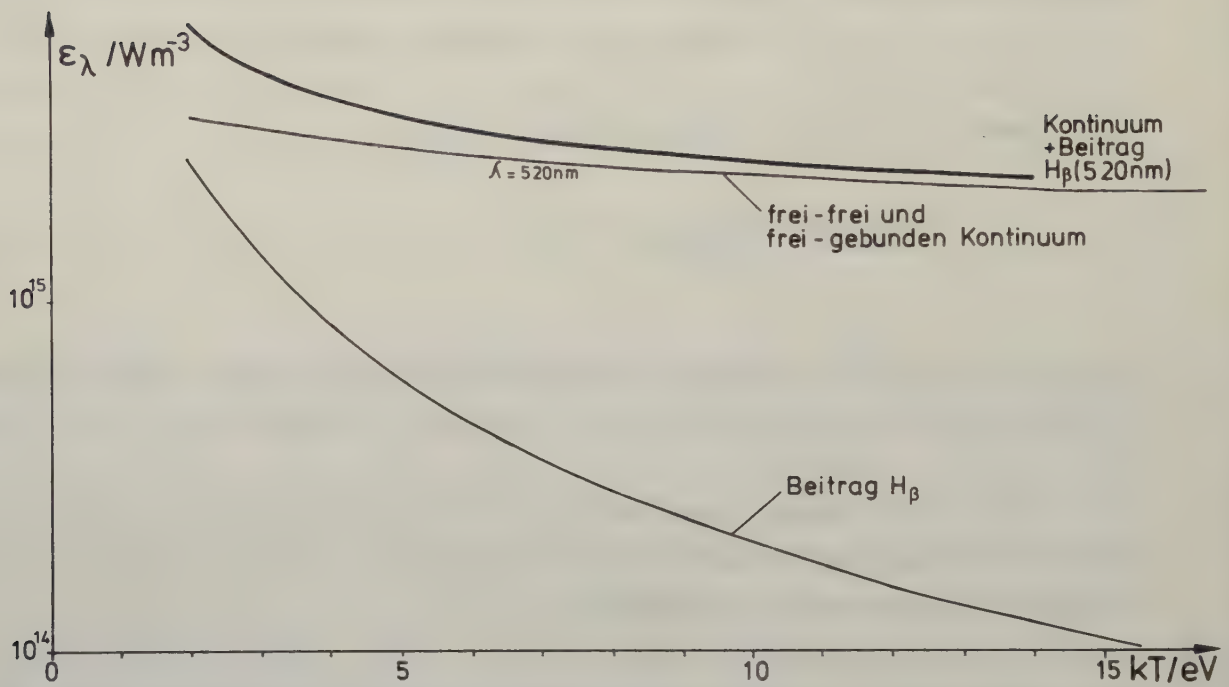


Abb. 3: Emissionskoeffizient eines Wasserstoffplasmas im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht bei 520 nm und $N_e = 1,0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$

einem Öffnungsverhältnis von 0,026. Das Plasma kann damit in einem Bereich $- 0,7 R \leq x \leq 0,7 R$ beobachtet werden.

Der Nachweisbereich des Systems ist durch den Eintrittsspalt des Monochromators auf ein Rechteck von 0.5 mm Breite und 10 mm Höhe festgelegt. Die räumliche Auflösung des Systems und die geometrische Mitte des Pinches werden am einfachsten dadurch bestimmt, daß man die Abschattung eines Metallstabes mißt, der in das Pinchzentrum eingebracht und diffus beleuchtet wird. Die Symmetrieachse des Pinches und das Zentrum der Entladung stimmen bis auf etwa 1 mm überein.

In Höhe der Stutzen treten geringfügige Abweichungen von der Zylindersymmetrie auf, die auch in Schlierenaufnahmen beobachtet wurden (Finken et al., 1976). Da zur Inversion der Meßdaten sehr hohe Anforderungen an die Zylindersymmetrie gestellt werden, wird die radiale Verteilung 50 mm unterhalb der Stutzen gemessen. Das System wird zu Beginn und Ende der Messung mit einer Wolframbandlampe absolut kalibriert.

Die gemessene radiale Intensitätsverteilung wird abelinvertiert und unter Berücksichtigung der lokalen Quasineutralität in Elektronendichten umgerechnet. Nach Abb. 3 ist für Elektronentemperaturen $kT_e \approx 10$ eV das Kontinuum in erster Näherung durch frei-frei-Strahlung bestimmt. Die Erniedrigung der Ionisationsenergie ergibt nur eine kleine Korrektur. Für ein Plasma mit Ionen in verschiedenen Ionisierungsstufen ist $\mathcal{E} = Z_{\text{eff}} \mathcal{E}(Z = 1)$ mit

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\sum N_{ik} Z_{ik}^2}{\sum N_{ik} Z_{ik}} = \frac{\sum N_{ik} Z_{ik}^2}{N_e}$$

wobei über die Ionensorten i und die Ionisierungsstufen k zu summieren ist. Zur Bestimmung der Elektronendichte wurde $Z_{\text{eff}} = 1,2$ verwendet, was einer Verunreinigungskonzentration von etwa 0,5 % Sauerstoff und 0,25 % Silizium entspricht. Die Temperatur wurde konstant zu $kT_e = 10$ eV angenommen.

Da das Plasma in der Kompressionsphase an der Oberfläche in einzelne Filamente aufbricht (Finken et al. 1976), die statistisch verteilt sind, wird die Streuung der Meßwerte so groß, daß die bekannten Abel-Verfahren teilweise zu instabilen und physikalisch unsinnigen Werten führen. Daher wurde ein Inversionsverfahren entwickelt, das es ermöglicht, auch bei relativ großer Streuung der Einzelwerte eine stabile Lösung unter Berücksichtigung physikalisch plausibler Randbedingungen zu finden (siehe dazu Anhang A).

Abb. 4 zeigt die so ermittelte Elektronendichten. Die Elektronendichte erreicht einen maximalen Wert von $1,8 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ und hat über etwa 60 ns einen mittleren Wert von $1,55 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ mit einer maximalen Abweichung von 16 %. Der Radius der Plasmasäule ist etwa $r = 9 \text{ mm}$; die Dichte fällt in einem Bereich von 2 mm auf etwa 20 % der maximalen Dichte ab.

Danach nimmt die Elektronendichte rasch ab und erreicht etwa 100 ns nach maximaler Kompression $1,0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$. Die Verteilung ist im Zentrum sehr homogen, der Plasmarand ist jedoch breiter als bei maximaler Kompression und enthält etwa 1/3 der über den Sehstrahl integrierten Dichte.

Im Zeitraum zwischen der maximalen Kompression und etwa 100 ns später kann das Plasma als im wesentlichen homogen angesehen werden.

Im Wellenlängenbereich der Kontinuumsmessung ist die optische Dicke vernachlässigbar. Zur Interpretation der Resonanzlinien ist jedoch eine genauere Berücksichtigung des Strahlungstransports unumgänglich.

V. Strahlungstransportprobleme

Strahlungstransportvorgänge spielen in der UV- und VUV-Spektroskopie eine große Rolle, besonders wenn Plasmen hoher Dichte oder großer Dimensionen betrachtet werden. Der Grund hierfür liegt darin, daß es sich bei Übergängen im VUV bei neutralen Atomen meist

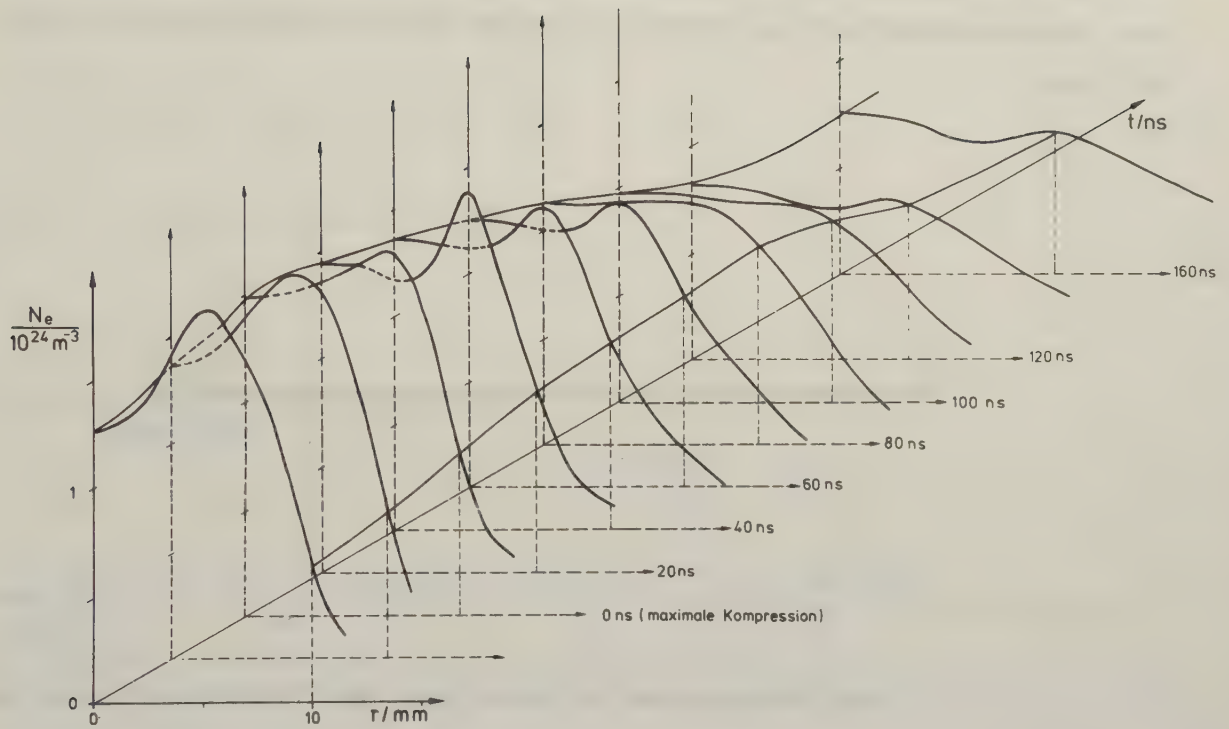


Abb. 4: Zeitliche Entwicklung der Elektronendichteverteilung des Z-Pinchplasmas

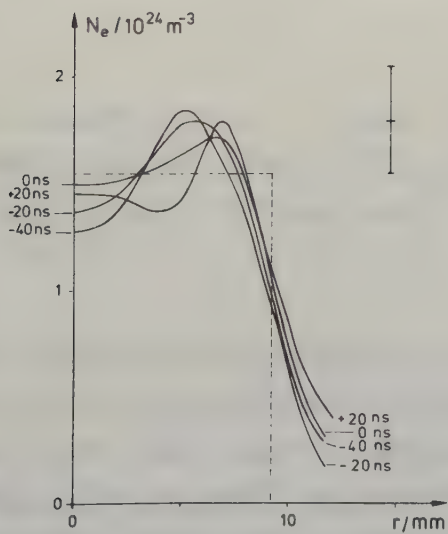


Abb. 4a):
Ausschnitt von Abb. 4
im Bereich maximaler Kompression

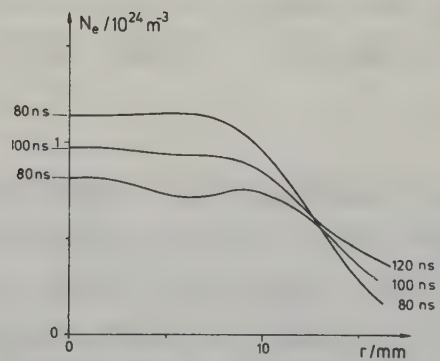
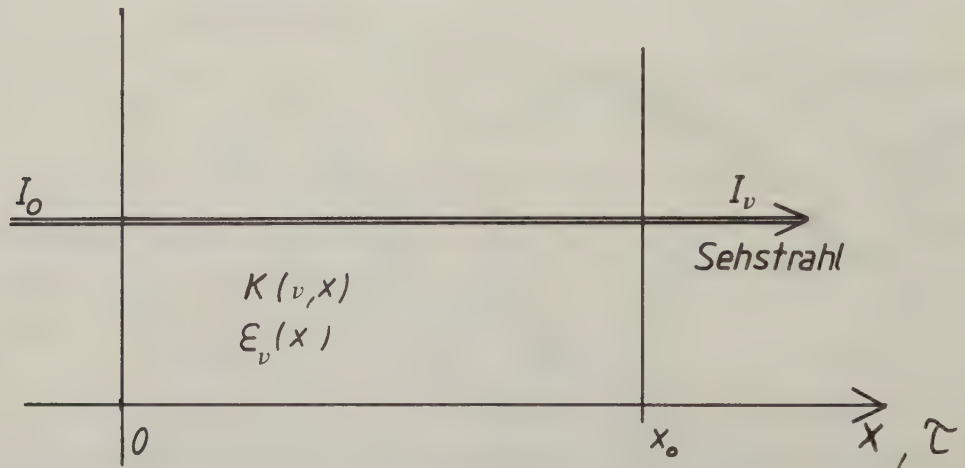


Abb. 4b):
Ausschnitt von Abb. 4
100 ns nach maximaler Kompression

um Resonanzübergänge handelt. Die Besetzungsdichte des Grundzustandes ist meist sehr hoch, außerdem sind die Übergangswahrscheinlichkeiten besonders groß. Ein Maß dafür, ob Strahlungstransportvorgänge zu berücksichtigen sind, liefert das Integral des Absorptionskoeffizienten über den Sehstrahl, die optische Weglänge



Koordinatensystem zur Berechnung des Strahlungstransports

$$\tau_0(v) = \int_0^{x_0} K(v, x) dx. \quad (V,1)$$

Für $\tau_0 \ll 1$ ist die Wahrscheinlichkeit klein, daß ein Photon entlang dem Sehstrahl absorbiert und eventuell wieder reemittiert wird. Den Fall $\tau_0 \ll 1$ nennt man "optisch dünn", $\tau_0 \gg 1$ "optisch dick"

Im allgemeinen Fall sind Absorptions- und Emissionsprozesse sehr kompliziert, da sich Absorptions- und Emissionskoeffizienten entlang des Sehstrahls ändern können, besonders wenn das Strahlungsfeld so groß ist, daß die Besetzungsdichte des atomaren Systems durch das Strahlungsfeld geändert wird. Eine geschlossene Lösung des Problems ist daher nur in einigen Spezialfällen möglich.

Betrachten wir ein stationäres Plasma mit der Elektronendichte N_e , der Elektronentemperatur T_e und den Besetzungsdichten N_n der

Zustände, zwischen denen optische Übergänge stattfinden. Vernachlässigt man stimulierte Emission und Änderungen der Besetzungsdichte durch das Strahlungsfeld, erhält man mit dem Emissionskoeffizienten ϵ_v und dem Absorptionskoeffizienten $K(v)$ die eindimensionale Strahlungstransportgleichung

$$\frac{d I_v}{d x} = (\epsilon_v - K(v) I_v) \quad (V,2a)$$

Nach Einführung der Quellfunktion

$$S_v = \frac{\epsilon_v}{K(v)}$$

und der optischen Koordinate

$$d\tau = K(v) dx$$

ergibt sich aus (V,2a) die Normalform der Strahlungstransportgleichung

$$\frac{d I_v}{d \tau} = S_v - I_v \quad (V,2)$$

Diese Gleichung hat mit der optischen Dicke $\tau = \int_0^x K(x') dx'$ und $I_0 = I_v(x=0)$ die formale Lösung

$$I_v = I_0 e^{-\tau_0} + e^{-\tau_0} \int_0^{\tau_0} S_v e^{+\tau} d\tau \quad (V,3)$$

Für eine Anordnung, die nicht von außen beleuchtet wird, ist $I_0 = 0$. Gleichung (V,3) läßt sich lösen, wenn τ als Funktion von x und S_v als Funktion von τ bekannt ist.

In einem stoßbestimmten Plasma läßt sich die Quellfunktion relativ leicht berechnen. Betrachtet man dazu ein 2-Niveausystem mit den lokalen Besetzungsdichten N_u und N_l und den statistischen Gewichten g_u und g_l , so erhält man, wenn man stimulierte Emission und die Relationen zwischen den Einsteinkoeffizienten berücksichtigt, die Quellfunktion

$$S_v = \frac{N_u g_l}{N_l g_u} \left(\frac{2h \nu_{ul}^3}{c^2} + I_v \right) \quad (V,4)$$

Dabei ist angenommen, daß die lokale Frequenzabhängigkeit von Absorption und Emission gleich ist. Diese Annahme ist in den meisten Laborplasmen weitgehend erfüllt; eine Ausnahme bildet zum Beispiel ein stark magnetisiertes Plasma. Die Gleichung (V,4) ergibt mit der scheinbaren optischen Dicke

$$\tau' = \tau \left(1 - \frac{N_u g_l}{N_l g_u} \right) \quad (V,5)$$

und der Quellfunktion

$$S'_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left(\frac{N_l g_u}{N_u g_l} - 1 \right)^{-1} \quad (V,6)$$

in (V,2) eingesetzt die Strahlungstransportgleichung

$$\frac{d I_\nu}{d \tau} = S'_\nu - I_\nu \quad (V,2')$$

Die stimulierte Emission kann deshalb formal in der Strahlungstransportgleichung berücksichtigt werden,

$$\begin{aligned} \text{indem } \tau \text{ durch } \tau' = \tau (1 - \gamma) \\ \text{und } S_\nu \text{ durch } S'_\nu = S_\nu (1 - \gamma)^{-1} \end{aligned} \quad (V,7)$$

ersetzt werden, wobei

$$\gamma = \frac{N_u g_l}{N_l g_u} \text{ ist.}$$

Um den Einfluß des Strahlungstransports auf gemessene Linienprofile abzuschätzen, betrachten wir den einfachsten Fall eines homogenen Plasmas der Dicke x_0 . Aus (V,3) erhalten wir mit $I_0 = 0$

$$I_\nu = S'_\nu (1 - e^{-\tau'}) ; \quad \tau_0 = K x_0 \quad (V,8)$$

Für den optisch dünnen Fall $\tau_0' \ll 1$ erhält man durch Entwicklung von (V,8) mit einem relativen Fehler kleiner als τ_0'

$$I_\nu = S'_\nu \tau_0' = \frac{h\nu}{4\pi c} N_u A_{ul} \quad (V,9)$$

Im optisch dünnen Fall hängt daher die Intensität nur von der Besetzungsdichte des Ausgangsniveaus und der spontanen Emission ab. Gleichung (V,9) gilt auch lokal für inhomogene Intensitätsverteilungen wenn die Bedingung $\tau'_0 \ll 1$ lokal erfüllt ist. Im optisch dicken Fall $\tau'_0 \gg 1$ nähert sich die Intensität exponentiell der Quellfunktion S'_v und hängt damit von der Besetzungsdichte beider Niveaus ab.

$$I_v = S'_v \quad \text{für} \quad \tau'_0 \gg 1$$

Bei optisch dicken Spektrallinien bildet sich im Linienzentrum ein Plateau aus, dessen Intensität der Quellfunktion entspricht.

Bei Plasmen im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht sind die Niveaus nach der Boltzmannverteilung besetzt. Man erhält daher als Quellfunktion

$$S'_v = B_v = \frac{2h \nu_{ul}^3}{c^2} \left(\exp \frac{h \nu_{ul}}{kT} - 1 \right)^{-1} \quad (\text{V,7a})$$

und als scheinbare optische Dicke

$$\tau = \tau_0 \left(1 - \exp \left(- \frac{h \nu_{ul}}{kT} \right) \right)$$

Das Plateau optisch dicker Spektrallinien in LTE-Plasmen erlaubt also eine Temperaturmessung, da die Planckfunktion bei vorgegebener Frequenz nur von der Temperatur abhängt, oder wenn die Temperatur bekannt ist, eine Absolutkalibrierung der Spektrometeranordnung.

Die bisherige Behandlung des Problems gilt sowohl für Kontinuumsstrahlung als auch für Linienstrahlung solange Absorptions- und Emissionsprofil gleich sind. Bei Linienstrahlung sind Absorptions- und Emissionsprofil schnell veränderliche Funktionen der Frequenz. Mit dem normierten Linienprofil $L(v)$ kann der Absorptionskoeffizient durch den integralen Absorptionswirkungsquerschnitt ausgedrückt werden.

$$K(v, x) = \sigma_{nm} N_n(x) L(v, N_e(x)) \quad (\text{V,10})$$

Für diesen gilt die Ladenburgrelation (Unsöld (1955))

$$\begin{aligned} K(\nu, x) d\nu &= C_{nm} N_n(x) \\ &= \frac{h\nu}{c} B_{nm} N_n(x) = \frac{e^2}{m_e c} f_{nm} N_n(x) \end{aligned} \quad (V,11)$$

f_{nm} ist die Absorptionssoszillatorenstärke für den Übergang $n - m$.

In inhomogenen, optisch dünnen Plasmen kann das lokale Linienprofil zumindest prinzipiell durch eine lokale Messung bestimmt werden, z.B. durch Resonanzfluoreszenz oder durch Inversion der über den Sehstrahl integrierten spektralen Intensitäten.

Im inhomogenen, nicht optisch dünnen Plasmen ist die Inversion im allgemeinen nicht mehr möglich, da die gemessenen Intensitäten sowohl von τ_0 als auch von der Quellfunktion abhängen. Die Inversion ist dadurch sehr schlecht konditioniert, was noch durch die exponentielle Wichtung von τ in Gleichung (V,3) verstärkt wird.

Für ein zylindersymmetrisches Plasma im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht kann man jedoch unter sehr allgemeinen Annahmen die Lösung der Strahlungstransportgleichung (V,3) nach Bartels (1949) faktorisieren.

Mit der relativen optischen Koordinate

$$\xi = \frac{\tau'}{\tau_0'}$$

und der relativen Quellfunktion

$$s(\xi) = \frac{S'(\xi)}{S'(\xi)}$$

erhält man aus (V,2)

$$\begin{aligned} I_V &= S'_{V \max} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{S_V(\xi)}{S'_{V \max}} d\xi \tau_0' e^{-1/2 \tau_0'} \cdot \int_{-1/2}^{1/2} s(\xi) e^{\tau_0' \xi} d\xi \\ &= S'_{V \max} \cdot M \cdot Y(\tau_0') \end{aligned}$$

mit
$$M = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{S_V(\xi)}{S_{V \max}} d\xi$$

und
$$Y(\tau'_0) = \tau'_0 e^{-1/2 \tau'_0} \int_{-1/2}^{1/2} s(\xi) e^{\tau'_0 \xi} d\xi$$

Für die Funktion $Y(\tau'_0)$ kann man nach Bartels durch ein Einschachtelungsverfahren zwischen den beiden extremen Konfigurationen - einem homogenen Plasma und einer von einer absorbierenden Schicht umgebenen punktförmigen Quelle - eine Kurvenschar angeben, für die bei $\tau'_0 \approx 2$ ein Maximum von ca. 0,8 der maximalen Intensität erreicht wird, das weitgehend unabhängig von der gegebenen Konfiguration ist. Für den Faktor M können durch ein ähnliches Verfahren Näherungswerte für verschiedene Typen von Verbreiterungsmechanismen angegeben werden, die nur noch von atomaren Konstanten abhängig sind (Bartels (1949)).

Durch Variation der optischen Dicke, zum Beispiel durch Messung der Wellenlängenabhängigkeit einer selbstumgekehrten Spektrallinie, kann die maximale Quellfunktion und damit in einem LTE-Plasma die maximale Temperatur bestimmt werden. Die Messung der Kontinuumsstrahlung in einem weiten Wellenlängenbereich lieferte mit Hilfe des Verfahrens von Bartels die Temperaturverteilung des Z-Pinchplasmas. Die Messung ergab, daß die Temperatur des Plasmas gut durch eine homogene Verteilung approximiert werden kann. Der Abfall an der Begrenzung des Plasmas ist sehr steil, die Schichten mit niedriger Temperatur tragen nur etwa 10 % zur gesamten Intensität bei (Finken et al. (1977)). Die Tatsache, daß die Temperatur weitgehend homogen über das Plasma verteilt ist, werden wir für die Abschätzung des Strahlungstransportes bei den Linien der Lymanserie benötigen.

Für Resonanzübergänge ist das Verfahren jedoch nicht geeignet, da sich dafür keine einfachen Ausdrücke für M angeben lassen, die von der speziellen Plasma-Konfiguration unabhängig sind.

Aus den Messungen der radialen Dichteverteilung kann gefolgert werden, daß sich die Elektronendichte gut durch eine homogene Dichteverteilung approximieren läßt. Der Beitrag des Randbereichs,

auf dem die Dichte schnell abfällt, ist etwa 10 bis 20 % der über den Sehstrahl integrierten Gesamtdichte. Die Elektronendichte im Außenbereich ist kleiner als $N_e \approx 1 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$, was in diesem Experiment die Meßgrenze für die Messung der Kontinuums-emission darstellt.

Aufgrund der Massenerhaltung kann aus dem Fülldruck, der Dichte und Ausdehnung des komprimierten Plasmas der Mitnahmekoeffizient berechnet werden. Er ergibt sich zu etwa 50 %. Die mittlere Dichte an Protonen und neutralem Wasserstoff in den Außenbereichen des Entladungsgefäßes beträgt damit etwa

$$(N_p + N_{H_0}) \approx 1,6 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

wenn man annimmt, daß der Wasserstoff voll dissoziiert ist. Die optische Dicke der Linien der Lymanserie und der Einfluß des Plasmas im Außenraum, das für die Selbstabsorption der Linienzentren verantwortlich ist, kann daher mit einem einfachen Modell abgeschätzt werden.

Das dichte Plasma im Zentrum wird durch ein homogenes Plasma im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht mit scharfem Rand approximiert. Der Zustand des Plasmas im Außenraum ist nicht genau bekannt, die mittlere Elektronendichte kann jedoch $1,6 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ nicht übersteigen. Da das asymptotische Starkprofil nur schwach von der Elektronentemperatur abhängt und das Dopplerprofil schnell abfällt, die Verfälschung des Emissionsprofils jedoch durch die Flügel des Absorptionsprofils verursacht wird, spielen die Elektronen- und Neutralgastemperaturen nur eine untergeordnete Rolle.

V.1. Berechnung der optischen Dicke der Resonanzlinien

Vernachlässigt man vorerst die stimulierte Emission, erhält man den spektralen Absorptionskoeffizienten nach Gleichung (V,10) und (V,11)

$$K(\nu, x) = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{nm} N_n(x) L(\nu, N_e) \quad (V,11a)$$

Für die Linien der Lymanserie ist das relevante Niveau der Grundzustand $n = 1$, für die Balmerserie der erste angeregte Zustand $n = 2$. Die Besetzungsdichte N_n eines Niveaus ist im LTE-Plasma durch die Sahagleichung bestimmt. Mit der Ionisierungsenergie E_n des Zustandes n des ungestörten Atoms, der Erniedrigung der Ionisierungsenergie ΔE_∞ und den statistischen Gewichten g_n und g_i des Zustandes n und des Ionengrundzustandes lautet die Sahagleichung nach Griem (1964)

$$\frac{N_i N_e}{N_n} = \frac{2 g_i}{g_n} \left(\frac{m_e kT}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp - \left(\frac{E_n - \Delta E_\infty}{kT} \right) \quad (V,12)$$

Mit dem Debyeradius

$$\lambda_D = (kT/4 \pi N_e e^2)^{1/2}$$

kann die Erniedrigung der Ionisierungsenergie zu

$$\Delta E_\infty = \frac{Z e^2}{\lambda_D}$$

abgeschätzt werden.

Im Gültigkeitsbereich der quasistatischen Theorie läßt sich die Dichteabhängigkeit des Linienprofils separieren. Infolge des linearen Starkeffekts von Wasserstoff hängt das Linienprofil in den Flügeln nur von der Mikrofeldverteilung ab, die mit der reduzierten Feldstärke

$$\beta = \frac{F}{F_0}$$

und der Holtsmarkfeldstärke

$$F_0 = 2 \pi \left(\frac{4}{15} \right)^{2/3} Z_p e N_p^{2/3} \approx \frac{Z_p e}{r_1^2}$$

dichteunabhängig wird.

Zur Interpolation theoretischer Profile und zum Vergleich mit experimentellen Profilen ist deshalb eine Darstellung in

$$\alpha = (\lambda - \lambda_0)/F_0$$

besonders zweckmäßig. Die Einheit von α ist üblicherweise $[\text{\AA}/\text{cgs-Einheiten}]$.

Mit der Transformation

$$L(\nu - \nu_0) d\nu = L(\alpha) \frac{d\alpha}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\nu} d\nu$$

erhält man

$$L(\nu - \nu_0) d\nu = - L(\alpha) \frac{10^8 c}{F_0 \nu^2} d\nu \quad (\text{V},13)$$

Für schmale Profile, d.h. $\nu - \nu_0 / \nu_0 \ll 1$ kann die Frequenz durch $\nu = \nu_0 = \nu_{nm}$ der Mittenfrequenz des Übergangs $n \rightarrow m$ ersetzt werden.

Der Absorptionskoeffizient eines Plasmas ist demnach unter Verwendung der Gleichungen (V,11a) und (V,12), der Quasineutralität des Plasmas und der Rydbergformel für Wasserstoff

$$K'(\nu) = \text{const } N_e^{4/3} n^2 (kT)^{-3/2} \exp \frac{E_H - n^2 \Delta E_\infty}{n^2 kT} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)^{-2} \cdot f_{nm} L(\alpha) \cdot (1 - \exp -\frac{h\nu}{kT}) \quad (\text{V},14)$$

Die Konstante hat für Wasserstoff den Wert $1,95 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ eV}^{3/2}$ wenn kT , E_H , ΔE_∞ in eV und N_e in cm^{-3} eingesetzt werden.

Die Abb. 5 zeigt den gerechneten maximalen Absorptionskoeffizienten für ein LTE-Plasma mit den maximalen $L(\alpha)$ - Werten nach Griem (1974) für $\text{Ly}\alpha$ und $\text{Ly}\beta$ und eine Elektronendichte von $N_e = 1 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$. Da das theoretische Linienprofil ohne Berücksichtigung der Ionendynamik und der niederfrequenten Elektronenfelder berechnet wurde, ergibt sich damit für $\text{Ly}\alpha$ ein Wert, der etwa um den Faktor 2 zu groß ist.

Die optische Dicke im Linienzentrum ist bei einer Elektronendichte von $1,55 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ und einem Plasmadurchmesser von 19 mm

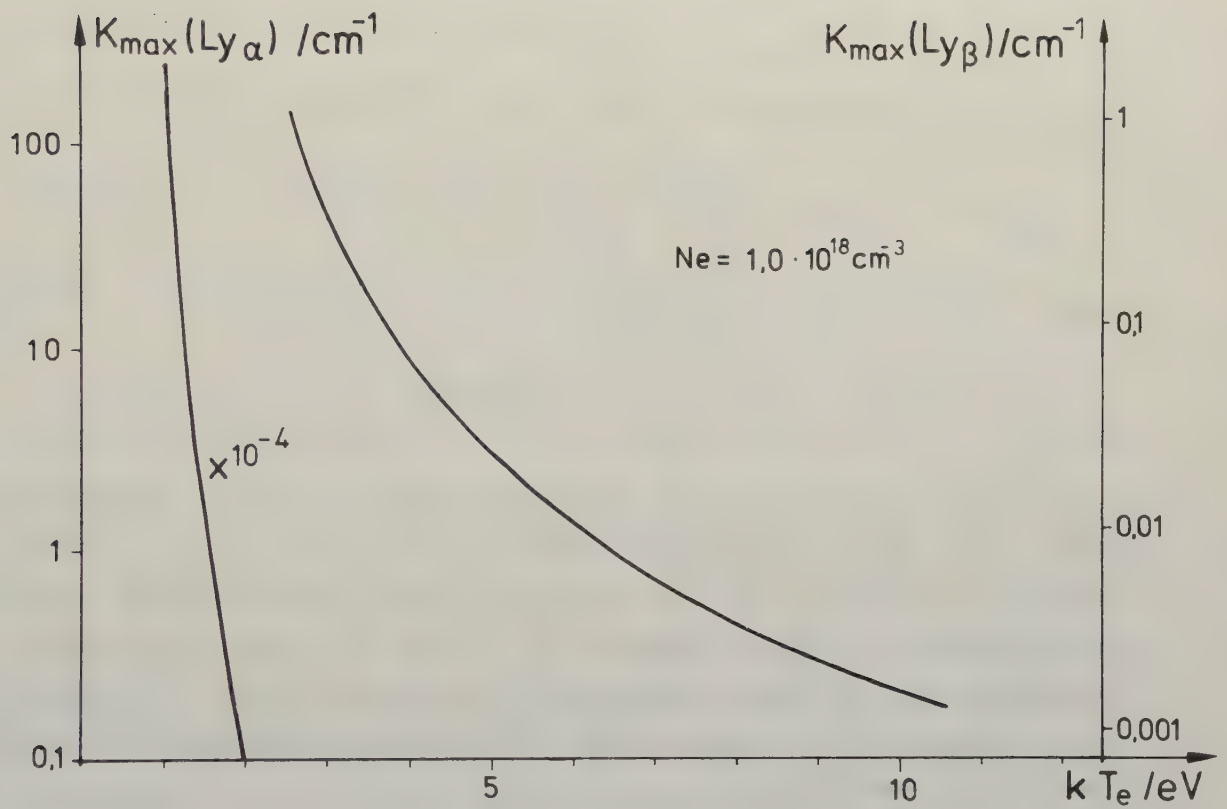


Abb. 5: Absorptionskoeffizient für ein Wasserstoffplasma im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht in den Maxima von Ly $_{\alpha}$ und Ly $_{\beta}$. $N_e = 1,0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$

$$\tau'_0 = 1,2 \text{ für } \text{Ly}_\alpha \quad \text{und} \quad \tau'_0 = 0,03 \text{ für } \text{Ly}_\beta \text{ bei } kT_e = 7 \text{ eV}$$

bzw.

$$\tau'_0 = 0,43 \text{ für } \text{Ly}_\alpha \quad \text{und} \quad \tau'_0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ für } \text{Ly}_\beta \text{ bei } kT_e = 10 \text{ eV.}$$

Zu prüfen ist noch, ob die Annahme gerechtfertigt ist, daß sich das Plasma im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht befindet. Vergleicht man die Stoßraten für die Stoßanregung vom Grundzustand zum Resonanzniveau mit der optischen Übergangswahrscheinlichkeit, so erhält man mit der Bedingung, daß die Stoßrate

$$\nu_{\text{coll}} \geq 10 A_{ki} \quad \text{ist, ein Kriterium für die Elektronen-}$$

dichte (Griem 1964)

$$N_e > 9 \cdot 10^{17} \left(\frac{E_2}{E_H} \right)^3 \left(\frac{kT}{E_H} \right)^{1/2} [\text{cm}^{-3}]$$

oder

$$N_e > 3,8 \cdot 10^{17} \left(\frac{kT}{E_H} \right)^{1/2} [\text{cm}^{-3}]$$

In diesem Experiment sind die Stoßraten um etwa 2 Zehnerpotenzen größer als die Übergangswahrscheinlichkeit für Ly_α . Die Relaxationszeiten für die Anregung sind infolgedessen klein gegen die Lebensdauer des Plasmas ($\tau_p \approx 100 \text{ ns}$), was auch durch Abschätzung der Relaxationszeiten nach Griem (1964) $\tau_r \approx 3,4 \cdot 10^{-11} \text{ s}$ bestätigt wird. Es sind daher höchstens geringfügige Abweichungen vom LTE zu erwarten.

Im Außenraum des Entladungsgefäßes herrscht kein thermisches Gleichgewicht. Aus dem radialen Intensitätsprofil auf der Schulter von Ly_β folgt jedoch, daß die Quellfunktion im Außenraum klein ist gegen die Quellfunktion in der komprimierten Zone.

Die Strahlungstransportgleichung (V,3) ergibt mit der Quellfunktion $S_\nu \equiv 0$ die gemessene Intensität I_g

$$I_g = I_0(\nu) e^{-\tau_0}$$

$$= I_0(\nu) \exp \left[- \int K(\nu, x) dx \right]$$

Die Maxima des gemessenen Profils berechnet man aus

$$\frac{d I_g(v)}{dv} = I_0 \exp[-L_2(v) \tau'] \left[\frac{d L_1(v)}{dv} - L_1(v) \tau' \frac{d L_2(v)}{dv} \right] = 0$$

Die Linienprofile für Emission und Absorption werden durch

$$I_0(v) = L_1(v) I_0 \text{ und } \int K(v, x) dx = L_2(v) \tau' \text{ berücksichtigt.}$$

Sind Absorptions- und Emissionsprofil gleich, zeigt sich neben dem trivialen Minimum

$$\frac{d L_1(v)}{dv} = 0$$

im Absorptionszentrum ein Intensitäts-Maximum für

$$\tau' L_2(v) = \tau'_0 = 1$$

Hat man verschiedene Profile für Absorption und Emission

$$L_1(v) \sim v^{-n} \text{ und } L_2(v) \sim v^{-m} \text{ folgt für das Maximum}$$

$$\frac{n}{m} = \tau' \Delta v^{-m} = \tau'_0$$

Man erhält also die Maxima der selbstumgekehrten Profile für

$\tau'_0 = 1$, wenn das Emissionsprofil aus dem Zentrum den gleichen Verlauf hat wie das Absorptionsprofil. Das ist z.B. der Fall, wenn die Selbstabsorption so stark ist, daß man sich sowohl für die Emission, als auch für die Absorption auf dem asymptotischen Linienflügel befindet. Für linearen Starkeffekt ist der Exponent $n = m = \frac{5}{2}$, für Stoßverbreiterung $n = m = 2$.

Ist die Absorption im Außenraum kleiner, erreicht das Emissionsprofil noch nicht die asymptotische Form. Im Bereich des Maximums der selbstumgekehrten Linie kann das Emissionsprofil durch einen Verlauf $L_1(v) \sim v^{-n}$, $n < 5/2$ approximiert werden, das Maximum wird also bei kleineren τ'_0 erreicht. Der maximale Fehler ist ohne Korrektur im Bereich von $\Delta v = 3 \Delta v_{\max}$ etwa 6,5 % bei $\Delta v = 4 \Delta v_{\max}$ etwa 3 %. Das Profil läßt sich für $|\Delta v| > 2 \Delta v_{\max}$ korrigieren, selbst wenn die Form des Emissionsprofils nicht genau bekannt ist.

Die Verfälschung des Emissionsprofils von Ly_α wegen der optischen Dicke im Plasmakern ist schwieriger zu korrigieren, da die Plasmatemperatur und damit die Quellfunktion nicht genügend genau bekannt sind. Aus diesem Grund werden nur Meßpunkte auf dem optisch dünnen Flügel der Linie verwendet. Für $|\Delta\lambda| > 2,5 \text{ \AA}$ ist die optische Dicke kleiner als etwa 5 %.

Für Ly_β sind Korrekturen für die optische Dicke vernachlässigbar, wenn man vom unmittelbaren Linienzentrum absieht.

Mit Hilfe der asymptotischen Linienprofile kann der Wert abgeschätzt werden, für den die optische Dicke von Ly_β $\tau_3 = 1$ ist, da der Wert von $\Delta\lambda_{(\tau=1)}$ für Ly_α bekannt ist. Für das Verhältnis der Absorptionskoeffizienten zweier Linien, die vom gleichen Niveau ausgehen, erhält man nach (V,11a)

$$\frac{\tau_2(\Delta\lambda_2)}{\tau_3(\Delta\lambda_3)} = \frac{f_{12} L_2(\Delta\lambda)}{f_{13} L_3(\Delta\lambda)} = \frac{f_{12} c_{12} \Delta\lambda_2^{-5/2}}{f_{13} c_{13} \Delta\lambda_3^{-5/2}}$$

wobei c_n die Koeffizienten für das asymptotische Holtsmarkprofil sind.

Aus $\tau_2(0,63 \text{ \AA}) = 1$ berechnet man

$$\tau_3 = 1 \text{ für } \Delta\lambda_3 = 0,60 \text{ \AA}$$

Für $|\Delta\lambda| > 2 \text{ \AA}$ ist also die Absorption kleiner als 5 %.

Die Bestimmung der optischen Dicke in den Li-ähnlichen Linien ist demgegenüber weit einfacher, da die Konzentration des Gaszusatzes verändert werden kann. Im optischen dünnen Fall ist die Intensität proportional der Konzentration; im optisch dicken Fall geht die Intensitätsverteilung in ein gesättigtes Profil über.

Der Einsatz optischer Dicke konnte in diesem Experiment nur für die Resonanzlinien $2^2\text{S} - 2^2\text{P}$ nachgewiesen werden. Die übrigen Linien bleiben bis zu den höchsten Konzentrationen von 2 % bezogen auf die Protonendichte optisch dünn. Höhere Zugaben wurden nicht untersucht, da sich dann die Plasmamparameter merklich ändern.

VI. Messungen von Ly_{α} und Ly_{β} und Kalibrierung des VUV-Spektrometers

Die Abbildungen 6 und 7 zeigen die unkorrigierten Spektren von Ly_{α} und Ly_{β} bei maximaler Kompression. Die Selbstumkehr ist bei Ly_{α} weit stärker ausgeprägt als bei Ly_{β} , wo sie nur als eine Vertiefung der zentralen Einsattelung erkennbar ist, die größer ist als die theoretische Einsattelung, obwohl die Bogenexperimente das Gegenteil erwarten ließen (Grützmacher und Wende (1978), Fußmann (1975)).

Zur Bestimmung der Linienform muß jedoch noch die Wellenlängenabhängigkeit der Transmission des Spektrometers und der Empfindlichkeit des Detektors bekannt sein. Wegen der Besonderheiten der Lichtquelle und dem Spektralbereich kann die Transmission des Systems nicht durch übliche Verfahren gemessen werden.

Der Anschluß des Spektrometers an das Entladungsgefäß bedingt eine Nachweisfläche von 12 mm Höhe und etwa 2 mm Breite bei einem sehr geringen Raumwinkel. Die Kalibrierung des Spektrometers mit Hilfe einer Eichquelle, z.B. eines wandstabilisierten Bogens oder eines "mini arc" ist daher problematisch, da diese Quellen nur eine sehr kleine Fläche aufweisen, die dann aus Intensitätsgründen mit größerem Raumwinkel beobachtet werden sollte. Die Messung müßte dann bei verschiedenen Positionen der Quelle auf der Nachweisfläche wiederholt werden. Danach wäre über die Nachweisfläche zu integrieren, die Strahldichte der Kalibrierquelle wäre gesondert zu bestimmen.

Eine Kalibrierung des Instruments bei verändertem Raumwinkel verbietet sich jedoch, da sich infolge der starken VUV-Strahlung und Teilchenemission der Entladung die Reflektivität des Gitters mit der Zeit ändert. Die Belastung des Gitters ist besonders groß in dem Bereich, der auch bei der Messung ausgenutzt wird. Eine Kalibrierung mit veränderter Gitterfläche ist daher weitgehend wertlos. Auch eine Vergrößerung der Bandbreite durch Variation der Spaltabstände ändert die Ausleuchtung des Gitters und des Szintillators, da die Ausleuchtung wesentlich durch Beugung an

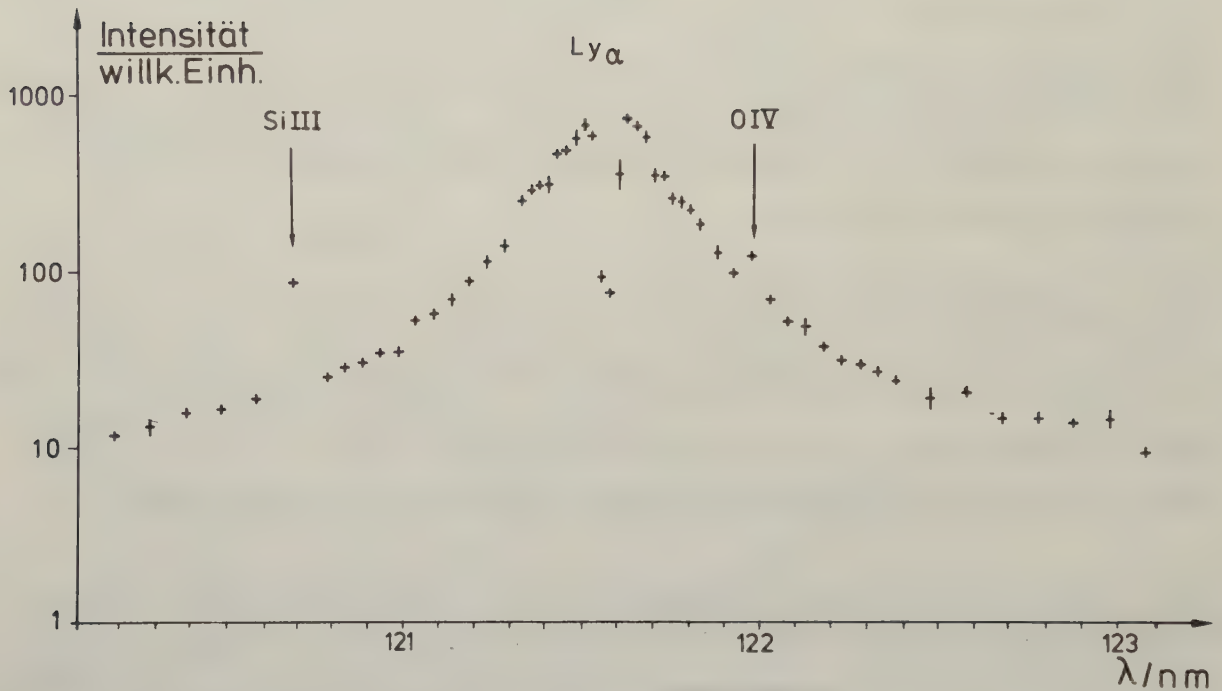


Abb. 6: Spektrum von Ly_{α} bei $N_e = 1,55 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$. Die Höhe der Symbole der Meßpunkte gibt die Standardabweichung an.

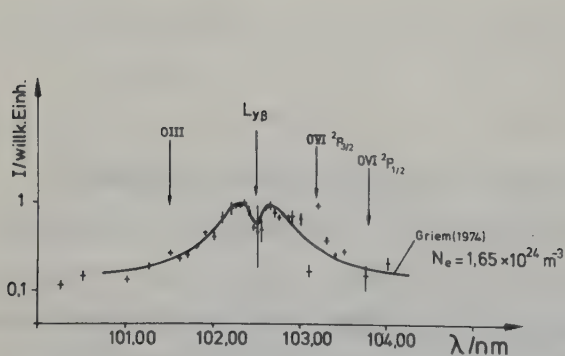


Abb. 7a): Spektrum Ly_{β}
Das durchgezogene Profil ist
die best - fit - Anpassung an
Griem (1974)

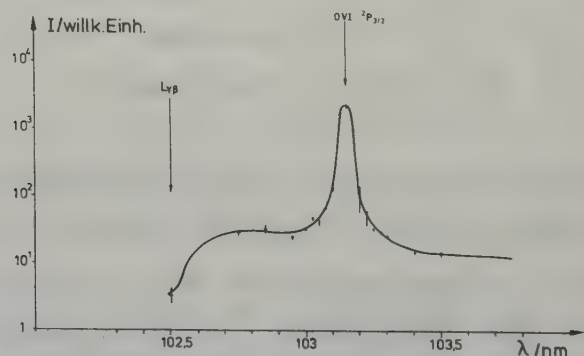


Abb. 7b): Sauerstofflinie auf dem
langwelligen Linienflügel von Ly_{β}

den Spaltbegrenzungen bestimmt wird. Außerdem treten bei einem Detektor, der aus einer Szintillator-Photomultiplier Kombination besteht, schwerwiegende Streulichtprobleme auf, da infolge der geringen Temperatur des Bogenplasmas und der hohen Photonenenergie nur ein sehr geringer Anteil der Gesamtintensität des Bogens in den VUV-Bereich fällt. Der Streulichthintergrund von VUV-Monochromatoren ist im allgemeinen aber ungünstiger als der von Monochromatoren im sichtbaren Spektralbereich, besonders wenn die Gitteroberfläche nicht mehr ideal ist.

Der Frequenzgang des Monochromators wurde deshalb mit Hilfe des Wasserstoffkontinuums bestimmt, das im Sichtbaren und Quarz-UV absolut gemessen wurde. Mit Kenntnis des Temperatur- und Dichteprofiles kann die Kontinuumsmission in anderen Wellenlängenbereichen berechnet werden.

Numerische Rechnungen mit dem gemessenen Dichteprofil und verschiedenen Temperaturprofilen, die mit den Emissionsmessungen im Infraroten verträglich sind, zeigten, daß sich zwar der Absolutwert der Emission um bis zu 20 % ändert, daß aber der relative Verlauf im Bereich von $\text{Ly}\alpha$ nur wenig vom Temperaturprofil beeinflußt wird. Auf eine Absolutkalibrierung des VUV Monochromators wurde daher verzichtet. Die Frequenzabhängigkeit des gemittelten Absorptionskoeffizienten läßt sich mit einem Fehler von maximal 3 % im Bereich des Meßintervalls von $\text{Ly}\alpha$ angeben.

Die Kontinuumsstrahlung wird im Bereich der Linie linear interpoliert, die Linienflügel werden durch ein Holtsmarkprofil approximiert, wobei die Linienintensität freier Parameter ist. Die Anpassung ergibt innerhalb von 5 % für den Emissionskoeffizienten eine konstante Empfindlichkeit im Bereich von 119 nm bis 124 nm. Von der Auslegung des Experiments her war dies zu erwarten, da die Abnahme der Effizienz des Gitters (Blazewellenlänge 80 nm) bei steigender Wellenlänge durch die Erhöhung der Reflektivität der Platinbedampfung des Gitters kompensiert wird.

Problematisch ist dabei der Beitrag von Streustrahlung zur gemessenen Kontinuumsstrahlung. Aus den Gleichgewichtsrelationen kann mit Hilfe der Elektronendichte und -temperatur das Verhältnis

Linie - Kontinuum abgeschätzt werden. Das gemessene Kontinuum besteht etwa zur Hälfte aus Streustrahlung. Wird der Beitrag der Streustrahlung als konstant angenommen, verdoppelt sich der systematische Fehler der Relativkalibrierung des Monochromators. Da das Kontinuum und die Linienstrahlung in gleicher Weise durch die systematische Abnahme der Transmission des Monochromators während der Messung beeinflusst werden, wird diese automatisch mit berücksichtigt.

Die Wellenlängenanzeige wurde durch den Selbstabsorptionsdip im Linienzentrum und durch Sauerstoff- und Siliziumlinien im rekombinierenden Plasma einige μs nach maximaler Kompression festgelegt, wo Dichte und Temperatur soweit abgefallen sind, daß eine Verschiebung der Linien vernachlässigbar ist.

Die Lage des Absorptionsdips wurde zusätzlich mit der Emission der Hintereggerlampe in einem He - H₂ Gemisch gemessen, die ein atomares Wasserstoffspektrum liefert (Samson (1967)). Innerhalb der Reproduzierbarkeit des Monochromators von 5 pm war keine Verschiebung der Absorptionslinie festzustellen. Die mit der Hintereggerlampe gemessene Auflösung beträgt bei Spaltbreiten von 20 μm und der benutzten Apertur 0,024 nm: das Apparatprofil ist bis zur Meßgrenze von 2 Größenordnungen in der Intensität symmetrisch.

VI.1. Korrektur des Zentrums der Lymanlinien

Die starke Selbstumkehr der Linie und die Tiefe des Minimums sind ein Hinweis darauf, daß das Modell gerechtfertigt ist, im Außenraum die Quellfunktion als klein gegenüber der Quellfunktion im komprimierten Plasma anzunehmen. Die volle Breite des Absorptionsdips beträgt etwa 70 pm, die Maxima werden bei 65 pm erreicht. Obwohl in diesem Bereich das Spektrum stark vom Apparatprofil beeinflusst wird, wird auf eine Entfaltung verzichtet, da der Bereich des Linienzentrums nicht genauer ausgewertet wird. Das Spektrum läßt sich für $|\Delta\lambda| > 70 \text{ pm}$ nach dem in Abschnitt (V) entwickelten Verfahren korrigieren. Die Annahme, daß die Wellenlängenabhängigkeiten von Absorption- und Emissionsprofil gleich

sind, ist nicht mehr erfüllt, da die extrapolierte halbe Halbwertsbreite von Ly_{α} etwa 0,05 nm beträgt. Der Zahlenwert von τ bei maximaler Intensität muß daher iterativ bestimmt werden. Als 1. Schätzwert wird für das Emissionsprofil ein Lorentzprofil angenommen, die damit berechnete Wellenlängenabhängigkeit der Meßdaten dient als Eingangswert für den nächsten Iterationsschritt. Die Iteration wird abgebrochen, wenn sich die Korrekturen bei $\Delta\lambda = 0,128$ nm um weniger als 1 % unterscheiden, was gewöhnlich nach dem 2. oder 3. Schritt erreicht wird.

Um der Tatsache Rechnung zu tragen, daß für $\Delta\lambda \sim 0,1$ nm auch im Außenraum die Einteilchenapproximation für Elektronen noch keine gute Näherung ist, wird als heuristischer Exponent für das Absorptionsprofil ein Wert von $m = 2,4$ gewählt, der etwa dem experimentellen Befund von Fußmann im Bereich von 0,05 - 1 nm entspricht. Für $|\Delta\lambda| > 0,13$ nm unterscheiden sich die Korrekturen bei dem angenommenen Profil und einem Holtsmarkprofil um weniger als 1 %. Die optische Dicke auf den Flügeln der Emissionslinie von etwa 5 % wird nicht korrigiert, dazu wäre eine genaue Kenntnis der Temperatur nötig.

Wie nach dem Experiment von Grützmaker und Wende zu erwarten, ist das Profil im Bereich kleiner Abstände vom Linienzentrum breiter als die (extrapolierten) Werte nach Griem oder Bacon. Die Abb. 8 zeigt das Linienprofil im Vergleich mit den tabellierten $S(\alpha)$ -Werten nach Bacon (1977).

Die Rechnungen von Bacon sind die vollständigsten innerhalb der "modified impact approximation". Sie erhalten die Zeitordnung des Stoßoperators und berücksichtigen höhere Ordnungen sowohl der Elektronen- als auch der Ionenkomponenten. Die Abweichungen der Rechnungen von Bacon von Profilen nach Cooper, Vidal und Smith oder nach Kepple u. Griem sind, abgesehen von der Asymmetrie, gering.

Neuere Rechnungen, die auch den Einfluß der Ionendynamik (Voslamber, Lee, Greene, Seidel) und der niederfrequenten Feldfluktuationen (Griem) berücksichtigen, liegen bisher erst für den Parameterbereich des Experiments von Grützmaker und Wende vor.

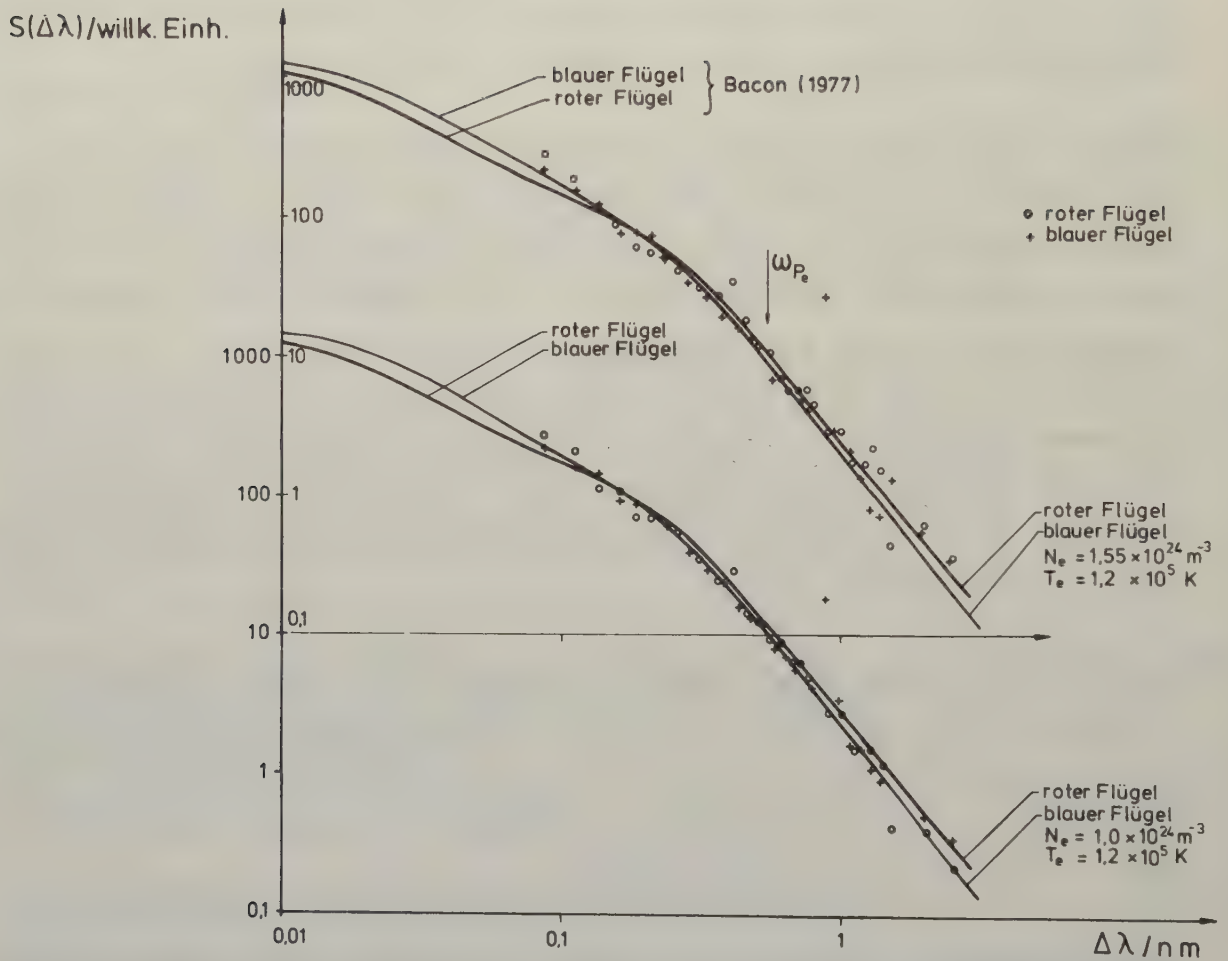


Abb. 8: Linienprofil von Ly_α bei maximaler Kompression und $\Delta t = 100 \text{ ns}$ im Vergleich mit der Theorie von Bacon (1977)

Auf den Flügeln sind die Abweichungen der verschiedenen Theorien jedoch gering, da auf den Linienflügeln die Form der einzelnen Komponenten nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Die Anpassung des experimentellen Profils an das theoretische wurde bei $\Delta \lambda = 0,3 \text{ nm}$ durchgeführt. Der relative Verlauf der experimentellen Werte mit den theoretischen und damit der Übergang zwischen dem Zentralbereich und den Flügeln stimmen innerhalb der experimentellen Fehler überein. Der Vergleich des Verlaufs der Linienflügel ist jedoch nicht sehr empfindlich. Wegen der Selbstabsorption der Linie ist eine Normierung des Linienprofils in Emission nicht möglich. Durch die Anpassung an das theoretische Profil im nahen Linienflügel können ohnehin nur große Änderungen der spektralen Abhängigkeit beobachtet werden.

Die Messung von Ly_β ist im Vergleich dazu wesentlich einfacher. Infolge der kleineren Oszillatorenstärke, der größeren Starkverbreiterung und vor allem wegen des Fehlens einer Zentralkomponente ist die optische Dicke weitaus geringer. Die Selbstabsorption verfälscht zwar das Linienzentrum, auf den Maxima ist die Reabsorption dagegen vernachlässigbar. Der langwellige Flügel der Linie wird von den Resonanzlinien des lithiumähnlichen Sauerstoffs stark gestört, zur Auswertung wird daher nur der kurzwellige Flügel ausgenutzt. Die Anpassung an das theoretische Profil nach Griem ergibt Werte für die Elektronendichte, die innerhalb von 10 % mit den abelinvertierten Werten der Kontinuumsmessung übereinstimmen. Aus den Resonanzlinien von O VI und der Maximalintensität von Ly_β kann noch die Elektronentemperatur abgeschätzt werden.

Die O VI - Linien werden aus optisch dicker Schicht emittiert, was aus den Intensitätsverhältnissen der Feinstrukturkomponenten geschlossen werden kann. Eine grobe Entfaltung mit dem Apparateprofil ergibt eine Erniedrigung des Maximums um mindestens 40 %. Die optische Dicke von Ly_β kann daher 6×10^{-3} nicht übersteigen.

Damit liefert Gleichung (V,14) eine minimale Elektronentemperatur von $1,2 \cdot 10^5$ K. Die mit Hilfe der Bartels'schen Methode gemessene Elektronentemperatur liegt dagegen systematisch um etwa 25 % niedriger (Finken et al (1979)).

Dies ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß im infraroten Meßbereich das Plasma bei diesen Bedingungen noch nicht optisch dick ist, und die Messung aus praktischen Gründen nicht beliebig weit ins langwellige Gebiet weitergeführt werden kann. Für die Elektronentemperatur des Plasmas wird daher ein Wert von $1,2 \cdot 10^5$ K angesetzt, der auch kompatibel ist mit den Messungen des Balmer-sprungs im sichtbaren Spektralbereich, die einen Wert von $kT = 7 \pm \frac{4}{2}$ eV liefern.

Im Gegensatz zu Messungen der Linienflügel stellt die Bestimmung der Asymmetrie eine Relativmessung dar, die auch ohne Normierung des Linienprofils durchzuführen ist. Die Asymmetrie wird nur für Ly_{α} ausgewertet, da der rote Flügel von Ly_{β} durch die Sauerstofflinien zu sehr gestört ist.

VII. Asymmetrie von Ly_{α}

VII.1. Bisherige Experimente

Die Asymmetrie der Ly_{α} Linie wurde zum ersten Mal in dem Experiment von Boldt und Cooper (1964) festgestellt. Danach wurde in mehreren Experimenten (Fußmann (1975), Behringer (1973), Preston (1977), Baker und Burgess (1979) ebenfalls eine Anhebung des roten Flügels gemessen, während Grützmacher und Wende (1977) keine Asymmetrie an Ly_{α} finden. Die Messungen wurden (mit Ausnahme von Baker und Burgess) in Bogenplasmen durchgeführt. Zur Reduktion der optischen Dicke im Linienzentrum wurde (außer bei Behringer) ein Argonbogen verwendet, dem geringe Mengen an Wasserstoff beigemischt wurden. Infolge der charakteristischen Daten der wandstabilisierten Bögen sind die Bogenplasmen im wesentlichen einfach ionisiert. Die Messungen von Baker und Burgess wurden an einer Z-Pinch-entladung in Argon mit kleinen Wasserstoffzusätzen durchge-

führt. Wegen der höheren Temperatur und Elektronendichte war ein nennenswerter Teil der Argonatome doppelt ionisiert.

Die Ergebnisse liefern ein recht inkonsistentes Bild. Bei den Bogenplasmen ist die Rotasymmetrie relativ gering und kehrt in 2 Experimenten (Fußmann, Behringer) die Richtung um. Das Experiment von Baker und Burgess liefert im Gegensatz dazu sehr grosse Asymmetrien.

Um die einzelnen Effekte genau zu untersuchen, die zu Asymmetrien führen, ist es wünschenswert, Experimente auch bei höheren Dichten und Temperaturen durchzuführen, da die Verschiebung und Intensität der einzelnen Starkkomponenten nicht nur dichte- sondern auch temperaturabhängig ist. Nach Rechnungen von Bacon (1977) im Temperaturbereich von 10 000 K bis 40 000 K sollte die Asymmetrie mit der Temperatur geringfügig zunehmen.

In einer Messung an H_{α} von Finken et al (1980) wurde bei den gleichen experimentellen Bedingungen ein Rotverschiebung des Linienzentrums festgestellt, die bei maximaler Kompression etwa 10 % der Halbwertsbreite der Linie beträgt. Da die Theorien von Bacon (1977) und Sholin (1969) ebenfalls leichte Linienverschiebungen von Ly_{α} , besonders bei hohen Temperaturen vorhersagen, muß auch eine mögliche Verschiebung der Linien in Erwägung gezogen werden.

VII.2. Ursachen der Asymmetrie

Die Asymmetrie von Spektrallinien hat im wesentlichen 2 Klassen von Ursachen: die "trivialen" Asymmetrien und die vom Plasma verursachte Asymmetrie. Die triviale Asymmetrie hat ihren Ursprung in der Frequenzabhängigkeit der Übergangswahrscheinlichkeiten und den Besetzungsdichten der einzelnen Starkunter-niveaus. Zur Diskussion der trivialen Asymmetrie ist zwischen Absorptions- und Emissionsprofilen zu unterscheiden. Der in Emission erscheinende Faktor ω^4 verschwindet, wenn die Einsteinrelationen zwischen Absorptions- und Emissionskoeffizienten und anstelle der Dipolmomente bzw. der Linienstärken Oszillatorstärken verwendet werden. Der bei

der Umrechnung von Frequenzen auf Wellenlängen auftretende Differentialfaktor $\frac{d\nu}{d\lambda} = -c/\lambda^2$ hebt sich heraus, da er sowohl im Emissionskoeffizienten als auch in der Quellfunktion auftritt. Der verbleibende Teil ist die Energie- und damit auch die Frequenz-

abhängigkeit des Dichteoperators. In einem stoßbestimmten Plasma gehorcht die Besetzungsdichte der Starkniveaus einer Boltzmannverteilung, und zeigt daher dieselbe Frequenzabhängigkeit wie die Quellfunktion, wenn die stimulierte Emission vernachlässigbar ist. Die verbleibende Asymmetrie rührt daher, daß in der Plasmaspektroskopie eine Darstellung der Linienform als Funktion der Wellenlänge gebräuchlich ist. Eine in der Frequenzskala symmetrische Funktion ist aber in der Wellenlängenskala unsymmetrisch.

Zum Vergleich von Meßwerten untereinander ist es deshalb sinnvoll, Emissionsprofile in Absorptionsprofile umzurechnen oder, wenn die Quellfunktion bekannt ist, durch die Art der Auswertung direkt Absorptionsprofile zu messen. Ist die Quellfunktion nicht bekannt, jedoch sichergestellt, daß die Linie aus optisch dünner Schicht emittiert wird, können mit Ausnahme der Frequenzabhängigkeit des Dichteoperators die Korrekturen trotzdem durchgeführt werden.

In einem LTE-Plasma ist der Fehler gering, der durch die Temperaturabhängigkeit des Dichteoperators verursacht wird, besonders wenn die mittlere kinetische Energie größer oder gleich der Photonenenergie ist.

Die Asymmetrie wird meist in der von Boldt und Cooper angegebenen Form dargestellt. Dazu definiert man die Variablen

$$(\Delta\lambda)_1 = \frac{1}{2} (\lambda_R - \lambda_B) = \frac{1}{2} (\Delta\lambda_R + |\Delta\lambda_B|) \quad (\text{VII},1)$$

und

$$(\Delta\lambda)_2 = \frac{1}{2} (\lambda_R + \lambda_B) - \lambda_0 = \frac{1}{2} (\Delta\lambda_R - |\Delta\lambda_B|) \quad (\text{VII},2)$$

λ_R und λ_B sind die Wellenlängen gleicher Intensität, gemessen von der Zentralwellenlänge λ_0 , auf dem roten bzw. blauen Flügel. Aus der Definition von $(\Delta\lambda)_2$ ist ersichtlich, daß die Darstellung der Asymmetrie extrem empfindlich davon abhängt, wie

die Zentralwellenlänge λ_0 ermittelt wird. In dieser Arbeit wird die Wellenlänge der ungestörten Linie verwendet, die gut durch den Absorptionsdip im Zentrum definiert ist. In der Darstellung (VII,1 und VII,2) hat eine in der Frequenzskala symmetrische Funktion mit

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} \quad , \quad \lambda_B = \frac{c}{\nu_0 + \Delta\nu} \quad \text{und} \quad \lambda_R = \frac{c}{\nu_0 - \Delta\nu}$$

die verbleibende "triviale" Asymmetrie

$$(\Delta\lambda)_2 = \frac{\lambda_0}{2} \left(\left(4 \frac{(\Delta\lambda)_1^2}{\lambda_0^2} + 1 \right)^{1/2} - 1 \right) \frac{(\Delta\lambda)_1^2}{\lambda_0} \quad , \quad (\text{VII},3)$$

die in den theoretischen Rechnungen meist nicht enthalten ist. Die durch Plasmaeffekte verursachte Asymmetrie ist im Vergleich dazu recht kompliziert. Der lineare Starkeffekt liefert auf der Frequenzskala symmetrische Profile. Dies gilt sowohl für die quasistatischen und niederfrequenten Komponenten wie für die hochfrequente Elektronenkomponente.

Die Asymmetrie der Linien wird durch Effekte höherer Ordnung verursacht. Zur Beschreibung der Asymmetrie wurden von Sholin (1969), Demura und Sholin (1975), Bacon (1977), Caby-Eyraud (1975) und Feautrier et al (1976) Modelle entwickelt; die beiden zuletzt genannten Autoren berücksichtigen nur die Asymmetrie, die durch die hochfrequente Elektronenkomponente verursacht wird. Mit Sholin (1969) kann man das quasistatische Störpotential nach der reduzierten Länge

$$\lambda = n^2 a_0 / R$$

entwickeln. Das Verhältnis Atomradius zu Abstand R zum Störteilchen muß klein sein, damit die Verbreiterungstheorie gültig ist. Das Störpotential V kann am Ort des strahlenden Atoms nach den höheren Ordnungen der Wechselwirkung entwickelt werden:

$$V = \lambda^2 V^{(2)} + \lambda^3 V^{(3)} + \lambda^4 V^{(4)} \quad (\text{VII},4)$$

Der erste Summand beschreibt den linearen Starkeffekt, der zweite die Quadrupolwechselwirkung, die durch die Inhomogenität des Feldes verursacht wird, der dritte den quadratischen Starkeffekt und Quadrupolwechselwirkung in 2. Ordnung. Aus Symmetriegründen verschwinden für $L_y \propto$ die höheren Momente der Multipolentwicklung.

Die Theorien von Sholin, Bacon und Demura u. Sholin unterscheiden sich im wesentlichen durch die Annahmen über die Mikrofeldverteilung. Da sich in der Einteilchennäherung die Gradienten und die höheren Ordnungen des Feldes leicht angeben lassen, berechnet Sholin die Profile in der Einteilchennäherung und vernachlässigt auf den Flügeln den Einfluß des Stoßoperators.

Bacon benutzt für das Mikrofeld die Mikrofeldverteilung von Hooper, für die Feldgradienten eine entsprechend angepaßte Einteilchennäherung und berücksichtigt die Frequenzabhängigkeit des Stoßoperators.

Demura und Sholin benutzen eine Mikrofeldverteilung

$$W(F, \frac{\partial F_i}{\partial x_i})$$

die auch die F_i Inhomogenität des Feldes enthält. Der Heterogenitätstensor $\frac{\partial F_i}{\partial x_i}$ läßt sich im Falle einer Holtsmarkverteilung geschlossen angeben.

In der Abhängigkeit der Asymmetrie von den Plasmaparametern liefern die Theorien unterschiedliche Ergebnisse. Die Asymmetrie ist in der "nearest neighbour approximation" von Sholin (1969) unabhängig von Temperatur und Dichte, da in der Entwicklung (VII,4) alle Ordnungen nur vom reduzierten Abstand λ abhängen. Die Theorie von Demura und Sholin (1975) zeigt eine leichte Dichte- und Temperaturabhängigkeit, die jedoch nur über Korrekturen zum asymptotischen Holtsmarkprofil eingehen. Die Theorie von Bacon (1977) liefert demgegenüber eine größere Dichteabhängigkeit, die Asymmetrie nimmt zu bei höheren Elektronendichten, die Temperaturabhängigkeit ist jedoch geringer. Zu bemerken ist noch, daß die Asymmetrie in der Arbeit von Bacon ihr Vorzeichen umkehrt, bei kleinen

Abständen vom Linienzentrum zeigt die Linie eine Blauasymmetrie, bei größeren eine Rotasymmetrie. Um die einzelnen Theorien gegeneinander abzugrenzen, ist es nötig, die Wirkung der Summanden der Reihenentwicklung auf die Komponenten von Ly_{α} zu untersuchen.

Die Quadrupolwechselwirkung der Ionen verursacht eine geringe Blauverschiebung der Zentralkomponenten, die nach Sholin (1969) etwa

$$d_0 = (\lambda_0^2 a_0^2 / 137) N_e [n^4 - n^2 - n'^4 + n'^2]$$

beträgt. n und n' sind die Hauptquantenzahlen des oberen bzw. unteren Niveaus; d_0 ist gemessen in $\text{\AA}$, N_e in cm^{-3} . Mit den Daten dieses Experiments führt die Quadrupolwechselwirkung zu einer Blauverschiebung von etwa $3 \cdot 10^{-2} \text{\AA}$. Diese Blauverschiebung wird zum Teil durch eine Rotverschiebung von etwa $1 \cdot 10^{-2} \text{\AA}$ kompensiert, die durch den Imaginärteil des Stoßoperators der Zentralkomponente verursacht wird. (Bacon, et al (1969)). Die Seitenkomponenten sind infolge der Quadrupolwechselwirkung rotverschoben. Außerdem ist die Intensität der langwelligen Komponente gegenüber der kurzwelligen erhöht. Der quadratische Stark-effekt bewirkt eine Blauverschiebung der Zentral- und Seitenkomponenten, der Quadrupoleffekt 2. Ordnung ist im Vergleich dazu vernachlässigbar. Im Gegensatz zum quadratischen Starkeffekt ist der Quadrupoleffekt vom Vorzeichen der Ladung des Störteilchens abhängig. Im fernen Linienflügel wirken die Elektronen nach den halbklassischen Theorien ebenfalls als quasistatische Störer und kompensieren den Quadrupoleffekt der Ionen. Infolge der hohen Temperatur ist die Weißkopffrequenz jedoch so hoch, daß dies erst bei sehr großen Abständen vom Linienzentrum ($\Delta \lambda > 11 \text{ nm}$) auftreten kann, die in diesem Experiment nicht erreicht werden. In diesem Parameterbereich wäre die "classical path approximation" ohnehin keine gute Approximation mehr, da dann die Ionenkomponente nach Eigenfunktionen des H_2^+ -Moleküls entwickelt werden sollte (Sholin (1969)). Die Elektronenkomponente muß dann ebenfalls durch eine Theorie berechnet werden, in der nicht nur das Leuchtelektron, sondern auch das freie Elektron quantenmechanisch behandelt werden (Feautrier et al (1976)).

VII.3. Experimentelles Ergebnis

Abb. 9 zeigt die experimentellen Werte für die Asymmetrie des Absorptionsprofils bei Elektronendichten von $N_e = 1,55 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ und $N_e = 1,0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$. Der Dichteoperator wurde als konstant angenommen, der Exponentialfaktor ergibt in diesem Bereich Korrekturen kleiner als 1 %.

Die theoretischen Profile in Abb. 9 sind für Absorptionsprofile berechnet und enthalten mit Ausnahme von Bacon (1975) nicht die triviale Asymmetrie. Zur Reduktion der statistischen Fehler wurde die Asymmetrie durch gleitende Mittelwertbildung aus der $\log S(\alpha) - \log \alpha$ Darstellung über 6 - 8 Meßpunkte ermittelt, wobei Bereiche, in denen Verunreinigungslinien liegen, vernachlässigt wurden. Die Meßfehler für kleine Abstände vom Linienzentrum sind in erster Linie auf die Ungenauigkeit der Bestimmung der Zentralwellenlänge zurückzuführen. Für größere Abstände von der Zentralwellenlänge überwiegen statistische Fehler und die Unsicherheit der Transmission des Spektrometers.

Die Messung liefert eine sehr gute Übereinstimmung mit der Theorie von Demura und Sholin (1975). Die Umkehrung der Asymmetrie in der Messung bei kleinen Abständen vom Linienzentrum steht damit nicht im Widerspruch, da Demura u. Sholin die Asymmetrie nicht von der Position der ungestörten Linie, sondern vom Linien Schwerpunkt aus messen. Die Zentralkomponente ist jedoch infolge der Quadrupolwechselwirkung und des quadratischen Starkeffekts geringfügig blauverschoben.

Mit der Messung verträglich ist auch noch die Theorie von Bacon, wenn man die relativ großen Fehler der Messung berücksichtigt. Die Werte der Theorie liegen jedoch systematisch höher. Dies ist damit zu erklären, daß in der Theorie von Bacon für die Feldstärke die Mikrofeldverteilung von Hooper (1968) benutzt wird, die Korrelationen der Teilchen berücksichtigt. Für die Berechnung der höheren Ordnungen wird die zu diesem Feld gehörige Einteil-

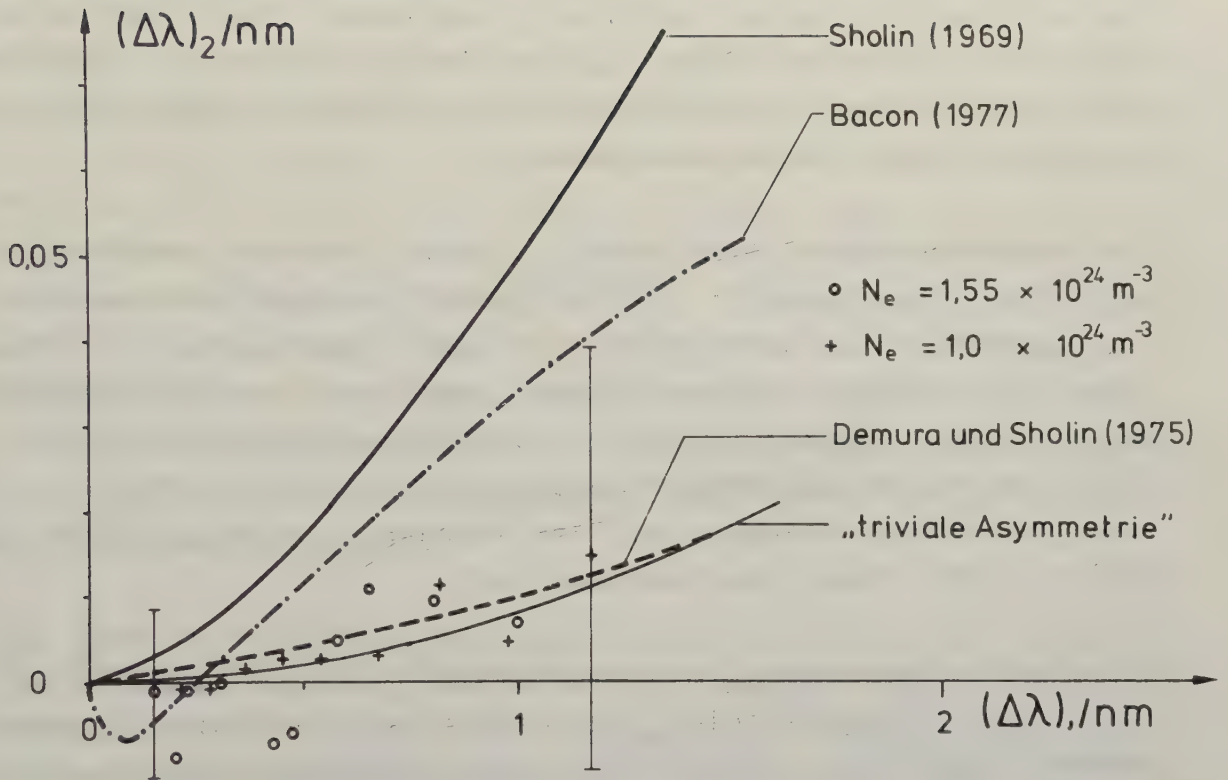


Abb. 9: Asymmetrie von Ly_α bei $N_e = 1.55 \cdot 10^{24} m^{-3}$ und $N_e = 1.0 \cdot 10^{24} m^{-3}$

chennäherung benutzt. Das Verfahren ist korrekt für große Feldstärken, im Bereich des Linienzentrums führt es jedoch zu einer Überbetonung der Quadrupolwechselwirkung.

Im Vergleich mit den Messungen von Boldt u. Cooper, Fußmann, Preston und Baker u. Burgess ist die hier gemessene Asymmetrie deutlich kleiner. Preston findet zum Beispiel eine Asymmetrie, die zwischen den Werten von Sholin und Bacon liegt. Die Werte von Boldt und Cooper liegen auf der Kurve von Sholin, die Asymmetrie bei Baker u. Burgess ist etwa doppelt so groß wie die nach der Theorie von Sholin erwartete.

Die Bogenexperimente von Boldt u. Cooper, Fußmann und Preston wurden bei etwa $N_e \approx 1 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ und $kT_e \approx 1 \text{ eV}$ durchgeführt. Die zugehörigen α -Werte sind in diesen Experimenten 5 - 7fach höher als in dem Z-Pinchexperiment, wenn man vom gleichen Wellenlängenabstand ausgeht. Daher ist die Einteilchenapproximation für Ionen in den Bogenexperimenten weitaus besser erfüllt, so daß eine gute Übereinstimmung mit der Rechnung von Bacon (1977) oder Sholin (1965) nicht überraschend ist.

Das einzige Experiment im Dichtebereich von $N_e \approx 1 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ von Baker u. Burgess zeigt nicht nur eine sehr starke Asymmetrie, sondern auch starke Satelliten, die als Übergänge der Quasimoleküle $\text{Ar}^+ \text{H}(n=2)$ und $\text{Ar}^{2+} \text{H}(n=2)$ gedeutet werden. Diese Satelliten dürften die Bestimmung der Asymmetrie stark erschweren, außerdem ist in der Nähe der Quasimoleküle die Asymmetrie sicher nicht durch eine Störung des Wasserstoffatoms in niedriger Ordnung zu beschreiben. Die beiden Z-Pinchexperimente sind daher, obwohl sich die Elektronendichte nur wenig unterscheidet, nicht vergleichbar.

Für das einfachere System $\text{H} - \text{H}^+$ tritt eine Erhöhung der Asymmetrie nicht auf. Die Asymmetrie ist im Vergleich mit anderen Experimenten deutlich geringer. Sie wird jedoch gut durch die erweiterte Holtsmarktheorie von Demura u. Sholin (1975) beschrieben.

Nach Rechnungen von Stewart et al (1973), Le Quang Rang und Voslamer (1975) und Vallee et al (1978) sollte auf dem langwelligen Flügel

von $\text{Ly}\alpha$ im Abstand von 1,7 nm vom Zentrum ein Satellit auftreten, der durch das Quasimolekül H_2^+ verursacht wird. Der Satellit ist in diesem Experiment wegen der hohen Iontemperatur nicht zu erwarten und wird innerhalb der Meßfehler nicht beobachtet.

VIII. Satelliten von $\text{Ly}\alpha$

Da auf den Linienflügeln von $\text{Ly}\alpha$ im Abstand der Plasmafrequenz leichte Unregelmäßigkeiten auftraten, wurde die Messung bei geringfügig vergrößerter Bandbreite und damit größerer Intensität mit kleinerer Schrittweite auf dem Linienflügel wiederholt (Abb. 10). Wegen der höheren Intensität treten im Bereich des Linienzentrums Sättigungserscheinungen des Detektors auf, die jedoch für den Linienflügel ohne Belang sind. Da hier nur der Bereich $\Delta\lambda > 0,3$ nm von Interesse ist, wird auf eine Korrektur der Sättigung und der Absorption im Außenraum verzichtet. Ein direkter Vergleich mit den Spektren Abb. (6) ist daher nur auf den Linienflügeln sinnvoll.

Die Oberfläche des Entladungsgefäßes, das bei dieser Meßserie aus Hartglas bestand, war in der Zwischenzeit stärker erodiert, so daß der Grad von Verunreinigungen leicht angestiegen war. Die Verunreinigungen bestanden hauptsächlich aus den Komponenten des Glasgefäßes: z.B. wurden so Emissionslinien von Natrium, Silizium und Sauerstoff beobachtet. Im Bereich der Plasmafrequenz wird der langwellige Flügel von Sauerstofflinien, meist 0 III bis 0 V, die zum Teil in 2. Ordnung nachgewiesen werden, leicht gestört, so daß die nicht sehr ausgeprägten Strukturen auf dem roten Flügel nicht ausgewertet werden können. Auf dem blauen Linienflügel sind die Strukturen jedoch klar ausgeprägt. Sie bestehen aus 2 Satelliten, die durch einen Dip getrennt sind. Die Intensität im Bereich des Dips ist eindeutig geringer als die Intensität des ungestörten Flügels.

Satelliten dieses Typs auf Linienprofilen des neutralen Wasserstoffs wurden erstmals von Oks und Sholin (1975) postuliert. In einer weiteren Arbeit von Zhuzhunashvili und Oks (1977) wurde der

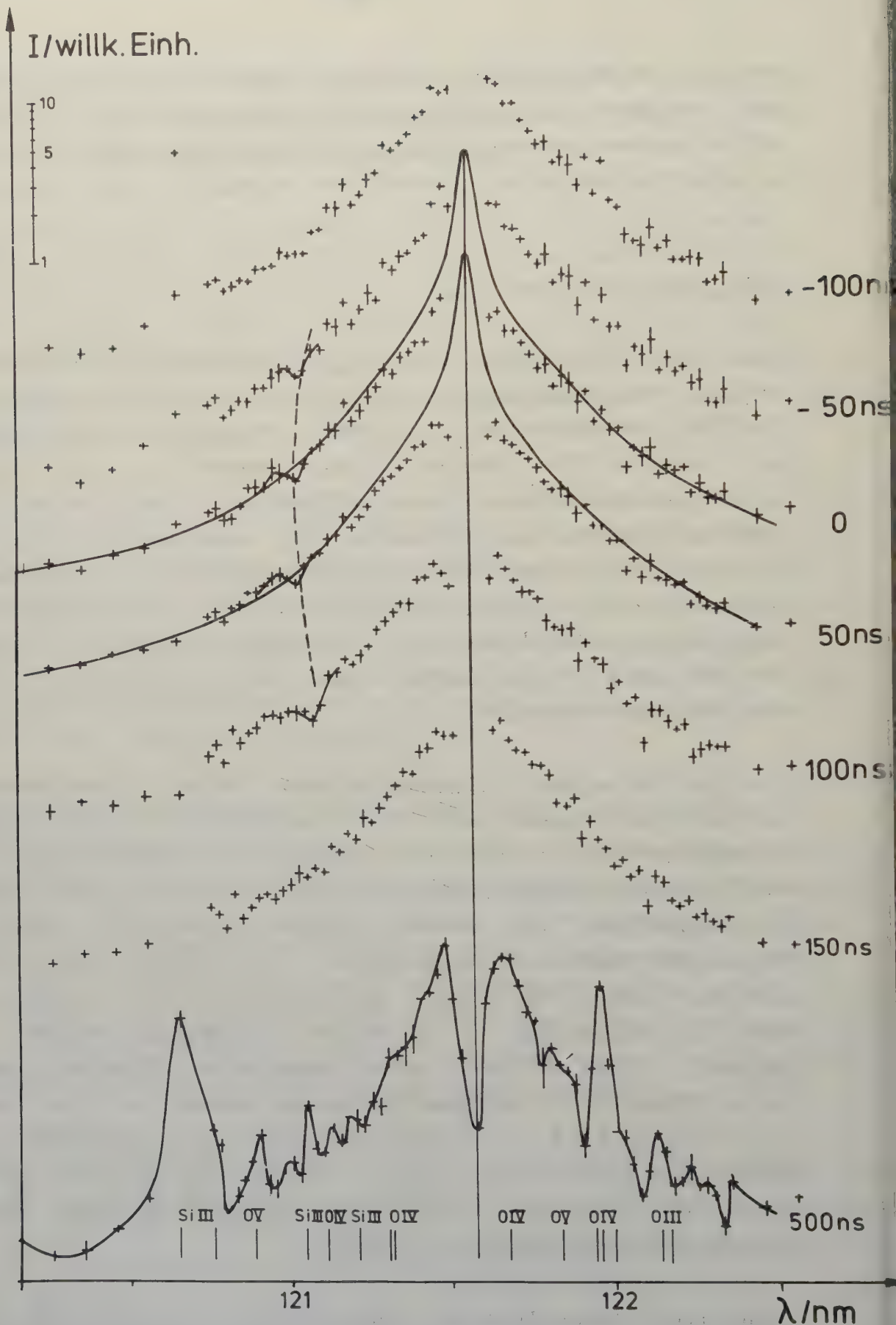


Abb. 10: Linienprofile von Ly α zu verschiedenen Zeiten. — best-fit-Profil von Bacon (1977) mit N_e aus Continuummessungen. - - - - Abstand Plasmafrequenz vom Linienzentrum für $N_e(r=0)$ aus Continuummessungen.

Gültigkeitsbereich der Theorie erweitert. Die Autoren gehen davon aus, daß in einem Plasma eine schwache Langmuirturbulenz angeregt ist. Die Feldstärke des turbulenten Feldes ist stochastisch verteilt.

$$E_1(t) = \sum_{j=1}^N E_j(t) \cos(\Omega_j t + \varphi_j(t)) \quad (\text{VIII},1)$$

die Amplituden E_j und die Phasen φ_j ändern sich statistisch mit der Rate γ_1 . Die Phasen sind dann gleichmäßig im Intervall $(0, 2\pi)$ verteilt. Die Breite γ_p der Verteilungsfunktion des Feldes wird als klein gegenüber der charakteristischen Frequenz Ω_p angenommen. Die Frequenzen des Langmuirfeldes sind mit den charakteristischen Frequenzen des strahlenden Atoms zu vergleichen. Zur Vereinfachung beschränken wir uns auf den Zustand $n = 2$, also den $\text{Ly}\alpha$ Übergang.

In einem statischen oder niederfrequenten Feld ist der Ausgangszustand $n = 2$ in 4 Unterniveaus aufgespalten, von denen 2 zusammenfallen. Die Aufspaltung der Starkniveaus beträgt in parabolischen Koordinaten

$$W = \frac{3}{2} n (n_1 - n_2) e a_0 F \quad (\text{VIII},2)$$

Mit $n = 2$, $|n_1 - n_2| = 0,1$ führt dies zu einer Frequenzverschiebung zwischen den Starkniveaus von

$$\omega_F = \frac{3 e a_0 F}{\hbar} \quad (\text{VIII},3)$$

Falls die Frequenz des Langmuirfeldes und die Starkfrequenz übereinstimmen $\omega_F \approx \Omega_p$, sind Resonanzen zwischen den Unterniveaus zu erwarten. Infolge der endlichen Autokorrelationszeit des Feldes und der Elektronenstoßbreite treten zusätzlich nicht-adiabatische Effekte auf, die das Linienprofil beeinflussen.

Ist die mittlere Feldstärke $E_0 = (\langle |E(t)|^2 \rangle)^{1/2}$ des Langmuirfeldes klein gegen das niederfrequente Feld, $E_0 \ll F$, ist die Quantisierungsrichtung des Atoms durch das niederfrequente Feld bestimmt. Die über die Polarisations- und Raumrichtungen

gemittelte Feldstärke des stochastischen Feldes führt zu der "Starkfrequenz"

$$\xi = \frac{\sqrt{6}}{8 \hbar} n_v (n^2 - (n_1 - n_2)^2 - m^2 - 1)^{1/2} e a_0 E_0 \quad (\text{VIII},4)$$

v_α und v_β bezeichnen das Ausgangs- und Endniveau. Im Fall von Ly_α vereinfacht sich Gleichung (VIII,4) zu

$$\xi = \frac{3}{\sqrt{12} \hbar} e a_0 E_0 = \omega_F \cdot \frac{E_0}{F \sqrt{12}} \quad (\text{VIII},5)$$

Für die Struktur der Lösungen sind entscheidend die Verhältnisse der charakteristischen Frequenzen des Systems: der statischen Frequenz ω_F des Starkniveaus, der dynamischen Frequenz ξ , der Frequenz des Langmuirfeldes Ω_p , der Autokorrelationsbreite des Langmuirfeldes γ_L und der Elektronenstoßbreite $\Gamma_v^{(e)}$ des Starkniveaus. Bei geringer Dämpfung des Systems erhält man mit

$$\xi \gg \max (\gamma_L, |\omega_F - \Omega_p|, \Gamma_v^{(e)}) \quad (\text{VIII},6)$$

für den Fall der Resonanz

$$|\omega_F - \Omega_p| \ll \xi$$

eine exakte Lösung des Zeitentwicklungsoperators.

Ist Gleichung (VIII,6) erfüllt, und $\omega_F \gg \xi$, kann man auf der Zeitskala

$$\tau < \min ((\gamma_L)^{-1}, (\Gamma_v^{(e)})^{-1})$$

ξ, Ω_p und $E(t)$ als konstant annehmen und die Störung des atomaren Systems durch Elektronenstöße vernachlässigen. Die Komponenten des Zeitentwicklungsoperators im Wechselwirkungsbild des quasistatisch gestörten Systems

$$i\hbar \dot{T}_{\alpha\alpha} = \sum_{\alpha} \exp(i \omega_{\alpha\alpha} t) d_{\alpha\alpha} E(t) \cos(\Omega_p t + \varphi(t)) T_{\alpha\alpha}$$

bilden mit der Anfangsbedingung

$$|T_{\alpha\alpha''}(0)| = \delta_{\alpha\alpha''} \quad (\text{VIII},6)$$

unter Berücksichtigung der Auswahlregeln ein Gleichungssystem, das sich unter Vernachlässigung der Zeitabhängigkeit der Amplituden $E(t)$ und der Phasen $\varphi(t)$ im Fall $\omega_F \approx \Omega_p$ lösen läßt.

Man erhält im Resonanzfall $\omega_F = \Omega_p$, daß die Besetzungsdichte der einzelnen Starkniveaus mit der Frequenz $2\mathcal{E}$ oszilliert. Das Starkniveau bei ω_F spaltet also in 2 Seitenbänder auf, die jeweils um $\mathcal{E}$ von ω_F entfernt sind. Die Intensität im Bereich von ω_F nimmt daher ab, man erhält eine Doppelstruktur auf dem Linienflügel, wobei der Dip zwischen den beiden Satelliten unter den quasistatischen Wert abfällt. Die Breite des Dips ist etwa $\mathcal{E}$ und ist ein direktes Maß für die hochfrequente Feldstärke.

Implizit wurde angenommen, daß das hochfrequente Feld im wesentlichen monochromatisch ist. Nach den Voraussetzungen ist dies auf der Zeitskala $\tau < \mathcal{E}^{-1}$ der Fall. Die genaue Form der Satellitenstruktur läßt sich aus der obigen Rechnung nicht ermitteln, da die Resonanzapproximation nur für $\Delta\omega = |\omega_F - \Omega_p| < \mathcal{E}$ erfüllt ist. In dieser Approximation wird die Gesamtintensität nicht verändert, so daß die Erhöhung der Intensität in den Satelliten durch Erniedrigung im Dip kompensiert wird.

Genauere Rechnungen, die keine Störungsrechnung benutzen, erlauben eine Behandlung des Problems bei beliebigen Verhältnissen des statischen und dynamischen Feldes (Bakshi et al (1973), Cohn et al (1972)), sind jedoch bisher auf den streng monochromatischen Fall begrenzt und berücksichtigen nicht den Beitrag der Elektronenstöße.

Bei kleinen Feldern, d.h.

$$\mathcal{E} \ll [\tilde{\sigma}_L^2 + (\omega_F - \Omega_p)^2]^{1/2}, \quad \tilde{\sigma}_L \gg \Gamma_v^{(e)} \quad (\text{VIII},7)$$

finden Oks und Sholin (1976) aufgrund einer Störungsrechnung

ähnliche Satelliten, die auf eine Breite des Dips von

$$(\Delta\omega)_{1/2} = [\varepsilon^2 \gamma_L]^{1/3}$$

führt. In unmittelbarer Nähe des Dips ist die Voraussetzung, Gleichung (VIII,7), nicht mehr erfüllt, wenn man ein Plasma in der Nähe des thermischen Gleichgewichts betrachtet, in dem die Dämpfung der Plasmawellen im wesentlichen durch Landaudämpfung bestimmt ist und man die maximale Dämpfung durch den Wert für Landaudämpfung von Langmuirwellen mit

$$|k\lambda_D| \approx 1, \quad \gamma_L \approx 0,1 \Omega_p$$

abschätzt. Die Störungsrechnung berücksichtigt auch die nicht-adiabatischen Effekte infolge der endlichen Autokorrelationszeit des Langmuirfeldes, was zu einer Erhöhung der beiden Satelliten bei $\Delta\omega \approx \Omega_p$ führt, der Dip bei Ω_p bleibt jedoch erhalten.

VIII,2. Experimentelle Ergebnisse:

In Abb. 10 sind die Strukturen auf dem blauen Flügel von Ly_α zu verschiedenen Zeiten aufgetragen. Die Strukturen treten etwa 50 ns vor maximaler Kompression auf und verschwinden nach etwa 150 ns, der Abstand vom Linienzentrum ändert sich systematisch mit der Elektronendichte. Die Intensität des Dips ist kleiner als die entsprechende Intensität des Linienflügels. Zusätzlich sind Linien der Verunreinigungen angegeben, die in anderen Spektralbereichen nachgewiesen wurden. Die Satellitenstrukturen könnten demnach auch durch eine Si III - Linie und eine O IV Linie vorgetäuscht werden, die Bewegung der Linie könnte durch die Elektronenstoßverschiebung und durch die Plasmapolarisationsverschiebung hervorgerufen werden. Dies ist jedoch bei den Bedingungen des Experiments mit großer Wahrscheinlichkeit auszuschließen; die niedrig liegenden Si III Linien bei 121 nm müßten dann mit den Linien bei 120,65 nm und 120,75 nm korreliert sein, da wegen der starken Stoßkopplung die relative Besetzungsdichte der Atome konstant bleibt. Die Korrelation ist jedoch nicht festzustellen.

Außerdem ist bei den Bedingungen des Experiments das Ion Si^{2+} nur noch schwach vertreten, der Schwerpunkt der Verteilung liegt bei Si^{4+} . Bei maximaler Kompression sollte die Si III Linie also verschwinden. Wird sie jedoch aus dem Außenraum emittiert, so ist die starke Zeitabhängigkeit der Verschiebung nicht zu erklären; die gleichen Überlegungen gelten auch für die Sauerstofflinie. Beide Linien sind erst zu späteren Zeiten im rekombinierenden Plasma identifizierbar, wenn die Intensität des Flügels von $\text{Ly}\alpha$ stark zurückgegangen ist. Es liegt daher nahe, die Struktur mit den Satellitenstrukturen von Zhuzhunashvili und Oks (1977) bzw. Oks und Sholin (1975) zu identifizieren.

Aus der Halbwertsbreite des Dips von etwa 0,05 nm berechnet man als vorläufigen maximalen Wert der Feldstärke des Langmuirfeldes 910 kV/cm, der mit dem Wert der Feldstärke des quasistatischen Feldes bei Ω_p von 2,5 MV/cm zu vergleichen ist. Dies ist jedoch nur eine grobe obere Abschätzung, da der Dip noch durch die Dopplerbreite der Linie, die Elektronenstoßbreite der Seitenkomponenten, die Frequenzbreite des Langmuirspektrums und die Autokorrelationsbreite des Langmuirfeldes verbreitert wird. Die Verbreiterungsmechanismen führen mit Ausnahme der Dopplerverbreiterung zu Lorentzprofilen. Die ganze Halbwertsbreite infolge des Dopplereffekts ist 0,031 nm. Die Faltung mit dem resultierenden Lorentzprofil ergibt ein Voigtprofil (siehe Anhang B). Eine grobe Entfaltung der Halbwertsbreite des Dips mit Hilfe der komplexen Fehlerfunktion ergibt eine Breite des resultierenden Lorentzprofils von 0,032 nm.

Die Elektronenstoßbreite der Seitenkomponente kann mit Sholin (1973) nach Korrektur eines Vorzeichenfehlers in seiner Gleichung (12) abgeschätzt werden.

$$\left\langle n_1, n_2, m \left| W_n \right| n_1, n_2, m \right\rangle = \frac{3}{2} \pi \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 N_e \left(\frac{2}{\pi k T_e} \right)^{1/2} \cdot \quad (\text{VIII}, 8)$$

$$\cdot n^2 (n^2 - (n_1 - n_2)^2 - |m|^2 - 1) \cdot \left(1 + \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} + 0,213 \right)$$

Mit $\rho_{\min} \approx n^2 h/m \langle v \rangle$ und $\rho_{\max} \approx \lambda_D$ ergibt sich für die Seitenkomponenten von Ly_α eine Elektronenstoßbreite von 0,015 nm. Die korrigierte Halbwertsbreite des Dips beträgt daher etwa 0,017 nm. Die Autokorrelationsbreite des Langmuirspektrums

$$\frac{\gamma}{\Omega_p} \approx \frac{\Delta \lambda_{\text{Dip}}}{\lambda_L}$$

darf daher einen Wert von etwa $3 \cdot 10^{-2}$ nicht übersteigen. Zunächst ist deshalb zu untersuchen, ob Plasmawellen und damit Dichtefluktuationen so geringer Dämpfung im Plasma überhaupt vorhanden sind. Nach Krall und Trivelpiece (1973) gilt für die Dispersionsrelation für Langmuirwellen

$$\omega_L = \omega_{pe} \left(1 + \frac{3}{2} k^2 \lambda_D^2 \right) \quad (\text{VIII},9)$$

mit der Landaudämpfung

$$\gamma_L = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{pe}}{|k \lambda_D|^3} \exp. - \left(\frac{1}{2 k^2 \lambda_D^2} + \frac{3}{2} \right) \quad (\text{VIII},10)$$

$\vec{k}$ ist der Wellenvektor der Langmuirwelle, $(|\vec{k} \lambda_D|)^{-1}$ ist also die Wellenlänge gemessen in Debyelängen. Die Landaudämpfung verschwindet exponentiell für große Wellenlängen $\vec{k} \rightarrow 0$.

Für die Stoßdämpfung der Plasmonen durch die Stöße der nicht korrelierten Elektronen existiert bisher keine geschlossene Theorie, obwohl das Fluktuationsspektrum für Langmuirwellen zur Berechnung der kollektiven Laserstreuung benötigt wird. (Kunze (1968), Sheffield (1975)). Nach Theimer und Behl (1977) hängt die Dämpfung sehr empfindlich von der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Stoßfrequenz ab. Ihre numerischen Rechnungen nach einem klassischen Modell mit heuristischer Berücksichtigung der Stöße ergeben, daß die Dämpfungsbreite des Langmuirpeaks für Stoßfrequenzen, die von der Geschwindigkeit unabhängig sind, nur schwach beeinflusst wird. Stöße mit Stoßfrequenzen proportional zur Geschwindigkeit, was näherungsweise für Stöße mit Neu-

tralen gültig ist, verbreitern die Resonanz sehr stark und bringen sie schon bei geringen Stoßfrequenzen $\bar{v}_e / \Omega_L \approx 0,1$ zum Verschwinden.

Der Wirkungsquerschnitt von Elektron - Elektronstößen ist näherungsweise proportional zu v^{-3} , eine obere Abschätzung für die Halbwertsbreite des kollektiven Spektrums erhält man mit

$$\frac{\Delta\Omega_L}{\Omega_L} \approx \frac{\gamma_L + \pi v_e}{\Omega_L}$$

Für $k \leq 0,25 \lambda_D$ ist die Landaudämpfung vernachlässigbar. Bei sehr großen Wellenlängen wird die Dämpfung hauptsächlich durch Plasmon-Phonon-Streuung verursacht, die zu einer Konversion zu Plasmonen mit kleineren k -Werten führt. Mit der Stoßfrequenz (Sheffield (1975)) zwischen den Teilchen α und β

$$V_{\alpha\beta} = \frac{m_\alpha + m_\beta}{3 \pi^{3/2} m_\alpha^2 m_\beta} q_\alpha^2 q_\beta^2 n_\beta \left[\frac{2kT_\alpha}{m_\alpha} + \frac{2kT_\beta}{m_\beta} \right]^{-3/2} \ln \Lambda$$

kann die Stoßverbreiterung für kleine k zu $\frac{\Delta\Omega_L}{\Omega_L} \approx 0,025$ abgeschätzt werden.

Die Bedingungen für die Gültigkeit der Theorie von Zhuzhunashvili und Oks (1977) sind daher schon für ein thermisches Plasma marginal erfüllt.

Die Satelliten werden jedoch wahrscheinlich nicht aus dem gesamten Volumen emittiert, da nicht zu erwarten ist, daß die Dichte so homogen ist, daß die Strukturen nach Integration über den Sehstrahl beobachtbar sind. Eine Änderung um etwa 6 % in der Elektronendichte würde die Strukturen völlig verwischen. Die gemessenen Frequenzabstände vom Linienzentrum sind außerdem systematisch kleiner als die Plasmafrequenz, die den aus dem Kontinuum gemessenen mittleren Elektronendichten entsprechen,

während das Maximum der Emission bei größeren Frequenzen $\Omega \approx (1,05 \dots 1,1) \Omega_{pe}$ zu erwarten ist. Die gleiche Tendenz zeigt die erhöhte Infrarotemission in der Nähe der Plasmafrequenz, die bei größeren Elektronendichten nachgewiesen wurde. Aus meßtechnischen Gründen konnte die Messung der Infrarotemission für eine Plasmadichte von etwa $1,5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ nicht bis zur cut-off-Wellenlänge ausgedehnt werden (Finken et al (1979)).

Da das Dichte- und auch das Temperaturprofil in erster Näherung als homogen angenommen werden können, folgt aus der Druckbilanz, daß der Plasmastrom im wesentlichen in einer dünnen Schicht an der Peripherie des Plasmas fließt. Nimmt man als grobe Approximation an, daß die Randschicht etwa 1 mm dick ist und daß die Elektronendichte $1,5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ beträgt, erhält man bei einem Plasmastrom von ungefähr 900 kA eine Elektronendriftgeschwindigkeit von $6 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. Bei einer thermischen Geschwindigkeit der Elektronen von $v_e = 1,3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ und einer thermischen Geschwindigkeit der Ionen von $v_i = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, einer Ionenschallgeschwindigkeit von $c_s = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ ist die Bedingung für die Anregung elektrostatischer Instabilitäten im Frequenzbereich zwischen Ionen- und Elektronenzyklotronfrequenz $\omega_i < \omega < \omega_e$ erfüllt.

Dazu zählen die lower hybrid drift Instabilität und die modifizierte Zweistrominstabilität. Bei diesen Instabilitäten werden die Schwellwerte für das Auftreten ionenakustischer Wellen durch driftende Elektronen

$$v_D > (k T_e / m_e)^{1/2}$$

durch die Gradienten der Plasmaparameter oder durch ein Magnetfeld senkrecht zur Bewegungsrichtung stark verringert. Die Instabilitäten wurden z.B. von Krall und Liewer (1971), Gladd (1976) Gary (1973) eingehend diskutiert.

Die Instabilitäten haben Eigenfrequenzen in der Größenordnung der unteren Hybridfrequenz

$$\omega_{LH} = \Omega_i \cdot (1 + (\Omega_e / \omega_e)^2)^{-1/2}$$

und Anwachsrate in der gleichen Größenordnung.

$$\gamma_{\text{LH}} \approx \omega_{\text{LH}}$$

Die numerischen Untersuchungen von Gary (1973) und Gladd (1976) deuten darauf hin, daß in Pinchexperimenten die lower hybrid drift Instabilität die grössere Anwachsrate aufweist und daher dominierend ist. Die Instabilität führt zu einer Aufheizung der Ionen und Elektronen zu etwa gleichen Anteilen. Diese Heizung des Plasmas in der äußeren Schicht unterstützt die Einstellung eines weitgehend homogenen Temperaturprofils und sorgt dafür, daß auch im Randbereich der Plasmasäule die Elektronentemperatur hinreichend groß wird, und somit die Satellitenstrukturen auftreten können.

Die Anregung von überthermischen Feldfluktuationen bei der Elektronenplasmafrequenz, wie sie durch erhöhte Emission elektromagnetischer Strahlung nachgewiesen wurde, kann schwerlich mit einer bisher bekannten Strahlinstabilität erklärt werden, die Langmuirwellen anregt, da die dazu benötigten Driftgeschwindigkeiten im Experiment wahrscheinlich nicht erreicht werden. Eine Erhöhung des Fluktuationsspektrums bei Ω_{pe} wurde jedoch auch schon in Plasmen festgestellt, die näher am LTE sein sollten als das Plasma des dynamischen Z-Pinches. Zum Beispiel wurde durch kohärente Laserstreuung an einem magnetfeldstabilisierten Bogen von Ludwig et al (1973) eine Erhöhung des thermischen Spektrums gemessen.

Auch bei θ -Pinchen wurden unter bestimmten experimentellen Bedingungen erhöhte Fluktuationen bei Ω_{pe} festgestellt. Eine mögliche Erklärung für die Anregung einer Langmuirturbulenz sind in diesem Fall jedoch runaway-Elektronen, die zu einer hochfrequenten Strahl-Plasma-Instabilität führen (Pal (1978)).

Für die hier beobachteten Satelliten ist eine Überhöhung des elektrostatischen Wellenfeldes über das thermische Niveau nicht unbedingt nötig, weil sie auch schon für ein thermisches Spektrum nachweisbar sein sollten. Da das thermische Spektrum zu-

mindest für Plasmen mit einer großen Anzahl von Teilchen in der Debye-Kugel nur eine sehr geringe Erhöhung des Fluktuationsspektrums in der Nähe der Plasmafrequenz aufweist, ist dies zunächst überraschend. Dies hängt damit zusammen, daß nur in der Nähe der Plasmafrequenz die Landaudämpfung so klein ist, daß die Resonanzen mit dem quasistatischen Feld merklich werden.

Die Frequenzabhängigkeit der Landaudämpfung erklärt auch, warum die Satelliten bei Bogenmessungen bisher noch nicht nachgewiesen wurden. Die Bogenmessungen erlauben nur einen sehr eingeschränkten Bereich der Plasmamaparameter. Die Elektronentemperatur liegt um annähernd eine Größenordnung niedriger. Bei Argonbögen mit geringem Wasserstoffzusatz ist auch die Ionisation nicht vollständig.

Damit die Satelliten beobachtbar sind, muß die Breite des Dips hinreichend groß sein. Das wichtigste Kriterium ist das Verhältnis der Feldstärke der Langmuirwelle zur Summe der Dämpfungsbreite der Langmuirwelle und der Elektronenstoßbreite der $Ly\alpha$ Seitenkomponenten:

$$\gamma_c + \gamma_L < \varepsilon \quad \text{oder} \quad \frac{\gamma_c + \gamma_L}{\varepsilon} = C' < 1.$$

Mit

$$\Omega_L \approx \Omega_p \sim \sqrt{N_e}, \quad \gamma_c \sim N_e T^{-3/2}$$

$$\gamma_L \sim N_e T^{-1/2}, \quad \varepsilon \sim E_w^{th} \sim \frac{N_e^{3/4}}{T^{1/4}}$$

folgt daraus

$$C' \sim (N_e/T_e)^{1/4} (1 + \alpha T^{-1})$$

Für kleine Temperaturen oder $\gamma_L \ll \gamma_c$ ist

$$C' \sim N_e^{1/4} T^{-5/4}$$

Für das Z-Pinchexperiment sind die Strukturen gerade noch auflösbar. Für einen Wasserstoffbogen ($N_{eB} \approx 0,1 N_{eZ}$, $T_{eB} \approx 0,2 T_{eZ}$) ist die Dämpfungsbreite des Langmuirspektrums etwa 4 mal größer als der erwartete Abstand des Peaks. Die Strukturen sind daher nicht mehr vorhanden. Für einen Argonbogen mit Wasserstoffzusatz sind die Verhältnisse noch ungünstiger, da die Temperatur noch niedriger ist. Außerdem ist durch den hohen Neutralanteil zu erwarten, daß die Langmuirwellen durch Stöße der Elektronen mit den neutralen Atomen effizient gedämpft werden. (Theimer und Behl (1978))

Die Theorie von Lee (1979) liefert durch eine voll-quantenmechanische Rechnung des Wasserstoffproblems qualitativ ähnliche Ergebnisse. Lee findet, daß Doppelstrukturen in der Nähe der Halbwertsbreite auftreten. Auf dem fernen Linienflügel treten einfache Satelliten bei Ω_p auf. Aus den Rechnungen ist jedoch nicht ersichtlich, ob dieser Befund nur mit dem gewählten Parameterbereich zusammenhängt - für Ly_α wurden nur Profile für die Parameter des Bogenexperiments von Grützmacher und Wende (1977) berechnet - oder ob dies durch die Nichtberücksichtigung der Resonanz des Langmuirfeldes mit dem quasistatischen Feld bedingt ist.

Eine ähnliche Satellitenstruktur an einem Plasma das keinen hohen Turbulenzgrad aufweist, wurde bisher nur von Finken et al (1980) an gemessen. Da das Spektrum von H_α erheblich komplizierter ist als von Ly_α und sich hoch- und niederfrequente Komponenten der kollektiven Feldfluktuationen überlappen können, ist eine Analyse bei H_α erheblich schwieriger und weniger eindeutig.

Die Messung der Satelliten von Linien wasserstoffähnlicher Ionen ist daher als diagnostisches Verfahren zur Bestimmung von Plasmaparametern sehr heißer und dichter Plasmen besonders für die Linie Ly_α geeignet. In einem Plasma das hinreichend homogen ist, erlaubt die Satellitenstruktur auch dann noch eine Bestimmung der Elektronendichte, wenn das Linienzentrum reabsorbiert wird. Die Feldstärke des Langmuirfeldes kann aus einer einfachen Frequenzmessung bestimmt werden und muß nicht aus Relativintensitäten wie bei den Baranger-Mozer-Satelliten berechnet werden.

IX. Starkverbreiterung von Li-ähnlichen Ionen

Bei der Berechnung von Strahlungstransportvorgängen in dichten Plasmen sind neben den wasserstoffähnlichen Ionen lithiumähnliche von besonderer Bedeutung, da sie in einem weiten Temperaturbereich dominieren. Berechnet man den Ionisierungsgrad eines Plasmas als Funktion der Elektronentemperatur, so findet man, daß etwa über eine Größenordnung die He-ähnlichen Ionen vorherrschen. Infolge der hohen Anregungsenergie der He-ähnlichen Ionen befindet sich die Mehrzahl davon im Grundzustand und ist daher stark mit den oberen Niveaus des lithiumähnlichen Ions gekoppelt. Ein qualitatives Bild liefert ein von Summers (1973) entnommenes Diagramm, das für Stickstoff der Elektronendichte $N_e = 1 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ nach einem stationären "collisional radiative" (CR) Modell berechnet wurde (Abb. 11).

Bei der Temperatur des Pinchplasmas von etwa $1,2 \cdot 10^5 \text{ K}$ sind höhere Zustände des lithiumähnlichen Ions angeregt, man befindet sich jedoch noch weit unterhalb der "Normtemperatur", bei der die Linienintensität maximal und damit wenig temperaturabhängig ist. Die (extrapolierte) Dichteabhängigkeit des Ionisationsgrades ist gering, bei höheren Dichten verschiebt sich der Ionisationsgrad zu geringeren Elektronentemperaturen. Relaxationsprozesse sind in dem Modell nicht berücksichtigt.

Die kurze Kompressionszeit des Plasmas führt dazu, daß der stationäre Zustand noch nicht erreicht ist. Dies ist zwar für die Bestimmung der Linienform nicht wesentlich, bedingt jedoch eine gute Reproduzierbarkeit der Anlage. Infolge des transienten Charakters des Experiments können relative Besetzungsdichten der Niveaus nur in Sonderfällen bestimmt werden, da zeitabhängige CR-Modelle, die zum Beispiel von Greve (1979) zur Messung der Ionisations- und Rekombinationsraten angewandt werden, eine genaue Kenntnis des Temperatur- und Dichteprofiles zu vorhergehenden Zeiten bedingen, die für das Experiment nicht vorhanden ist. Dies bedeutet, daß die optische Dicke der Spektrallinien experimentell sorgfältig geprüft werden muß. Die Messungen wurden alle bei einem Ausgangsdruck von 0,5 Torr Wasserstoff durchgeführt, die einer Elektronendichte von $N_e = 1,55 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ entsprechen.

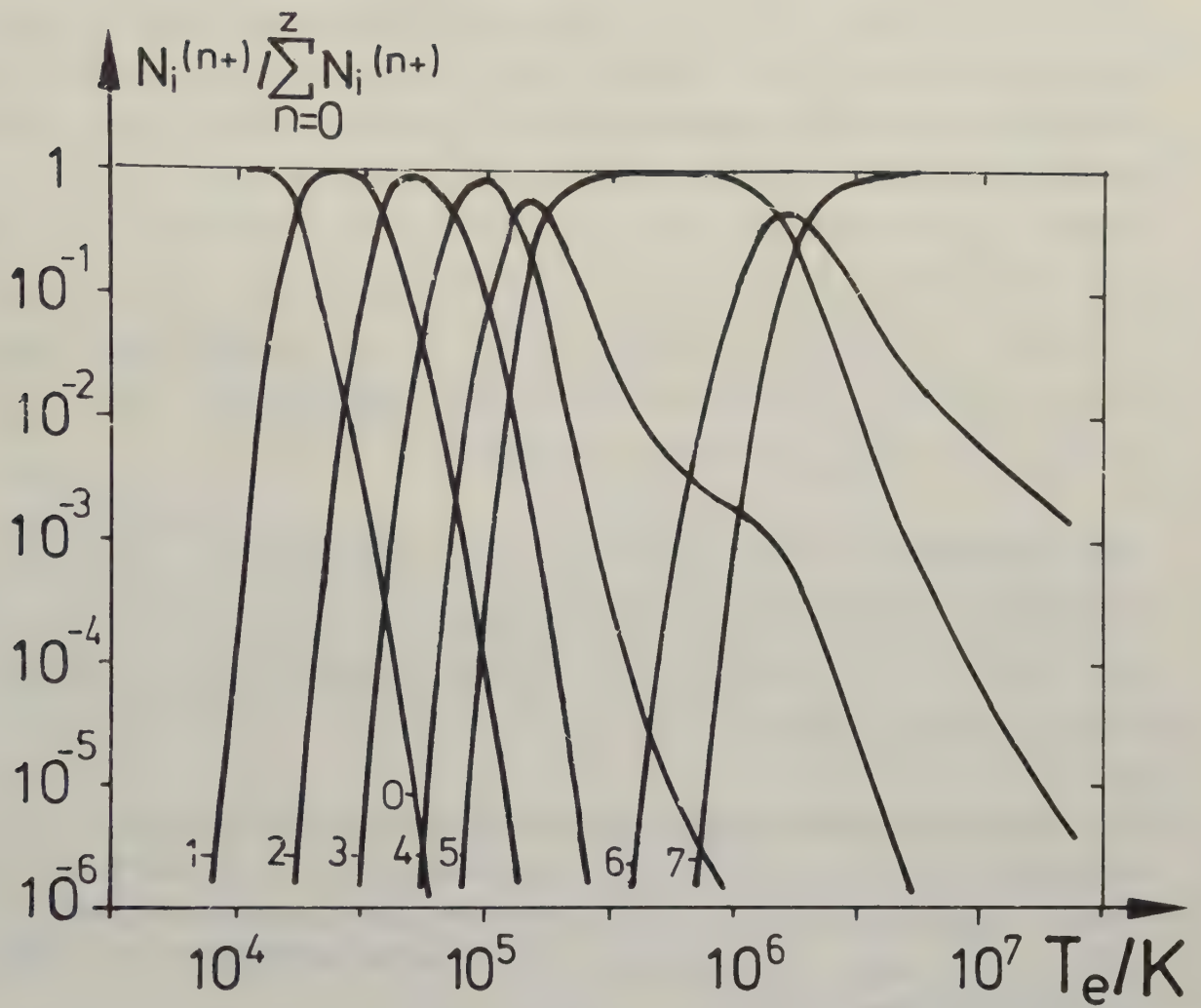


Abb. 11: Ionisationsgleichgewicht für Stickstoff $N_e = 1,0 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$
nach Summers (1973)

Der Untergrund wurde dann im Bereich der Linie gemessen. Danach wurde die Linienintensität bei einem Zusatz von 0,25 %, 0,5 %, 1 %, 2 % des Gases bestimmt. Der Wasserstoffanteil wurde entsprechend verringert, so daß die gesamte Elektronendichte konstant blieb. Die Elektronendichte wurde durch Messung der Kontinuumsstrahlung kontrolliert. Bis zu einem Zusatz von 2 % (Atomprozent des Zusatzgases bezogen auf die Elektronendichte) wurde eine Zunahme der Kontinuumsintensität nach Korrektur auf das erhöhte Z_{eff} um weniger als 7 % festgestellt. Bei wesentlich höheren Zusätzen veränderte sich die Dynamik der Entladung. Infolge der erhöhten Masse des Gases verlängerte sich dann die Zeit bis zum Erreichen des Kompressionsmaximums. Die Konstanz der Elektronentemperatur wurde durch Messung der optisch dicken $0\text{ VI } 2\text{ }^2\text{P}_{3/2} - 2\text{ }^2\text{S}_{1/2}$ - Linie überprüft.

Da Sauerstoff als Verunreinigung stets anwesend war, wurde bei der Messung der Sauerstofflinien der Untergrund in der Umgebung der Linien bestimmt. Die extrapolierte Sauerstoffkonzentration betrug mit dem bei diesen Messungen eingesetzten Entladungsgefäß aus Quarz 0,1 bis 0,5 %.

Bei den vorgegebenen experimentellen Randbedingungen konnten die Übergänge von $n = 3 \rightarrow n = 4$ in Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff gemessen werden. Bei Stickstoff und Sauerstoff konnten noch die $n = 3$, $\Delta n = 0$ Übergänge, bei Kohlenstoff der $4^2\text{F} - 5^2\text{G}$ Übergang beobachtet werden.

Die $n = 3$, $\Delta n = 0$ Übergänge und der $4^2\text{F} - 5^2\text{G}$ Übergang fallen in den Bereich des Quarz - UV, die restlichen Linien in den VUV-Bereich. Aus Intensitätsgründen wurden die $3\text{ }^2\text{P} - 4\text{ }^2\text{D}$ und $3^2\text{D} - 4\text{ }^2\text{F}$ Übergänge verwendet.

Mit Ausnahme des Übergangs $4^2\text{F} - 5^2\text{G}$ in Kohlenstoff kann bei den gemessenen Linien davon ausgegangen werden, daß sie isoliert sind. Die $3 - 4$ Übergänge wurden jedoch so gewählt, daß sie verbotene Komponenten aufweisen sollten. Die erlaubte Linie wird im wesentlichen durch Elektronenstöße verbreitert, die zu Lorentzprofilen führen. Die Faltung des Lorentzprofils mit dem thermischen Doppler-

profil der Ionen ergibt ein Voigtprofil, das nach Anhang B) berechnet wird. Da sich auch das Apparateprofil mit den gewählten Spalteinstellungen durch ein Voigtprofil approximieren läßt, kann das Gesamtprofil ebenfalls durch ein Voigtprofil approximiert werden. Die Parameter wurden durch eine Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Als Anpassungsprogramm wurde das Programm "Curfit" von Bevington (1969) verwendet, das für die Rechenanlage TR 440 des Rechenzentrums der Universität geringfügig geändert wurde.

Die Abb. 12 - 14 zeigen die gemessenen Profile jeweils bei maximaler Kompression und die entsprechenden Anpassungen. Der Bereich der Daten, die für die Anpassung verwendet wurden, ist markiert. Das thermische Dopplerprofil wurde dabei für $kT_i = 10$ eV angenommen. Bei den $n = 3 - 4$ Übergängen sind die Lagen der verbotenen Komponenten $\Delta l = 0, \pm 2$ ebenfalls eingezeichnet. Die verbotenen Komponenten sind jedoch nicht zweifelsfrei identifizierbar, da die Erhöhung der Intensität auf dem Linienflügel auch von Verunreinigungslinien oder von Linien niedrigerer Ionisierungsstufen des gleichen Ions verursacht sein könnten. Die möglichen Störlinien sind in den Abb. 12 - 14 ebenfalls eingetragen. Auf eine Bestimmung der Energie des elektrostatischen Wellenfeldes mußte daher verzichtet werden, da die Separation der verbotenen Komponenten vom Linienflügel der erlaubten Linie und von den Störlinien zu unsicher erschien.

Im Gegensatz dazu sind die Zentren der erlaubten Linien nur unwesentlich von Blends gestört und erlauben eine Bestimmung der Starkverbreiterung. Die so erhaltenen Halbwertsbreiten sind in Tabelle 1 mit den theoretischen Werten nach Griem (1975), Gleichung 526 und, wenn vorhanden, mit extrapolierten Werten von Sahal Bréchet (1969) verglichen.

Zur Berechnung der Werte nach Griem wurden die effektiven Quantenzahlen den detaillierten Rechnungen nach der Coulombapproximation von Lindgard und Nielsen (1977) entnommen. Die Meßwerte liegen systematisch über den theoretischen Werten, eine Tendenz, die von Källne et al (1979) an N IV und N V-Linien in einem dichten Θ -Pinchplasma im sichtbaren Spektralbereich ebenfalls festgestellt wurde.

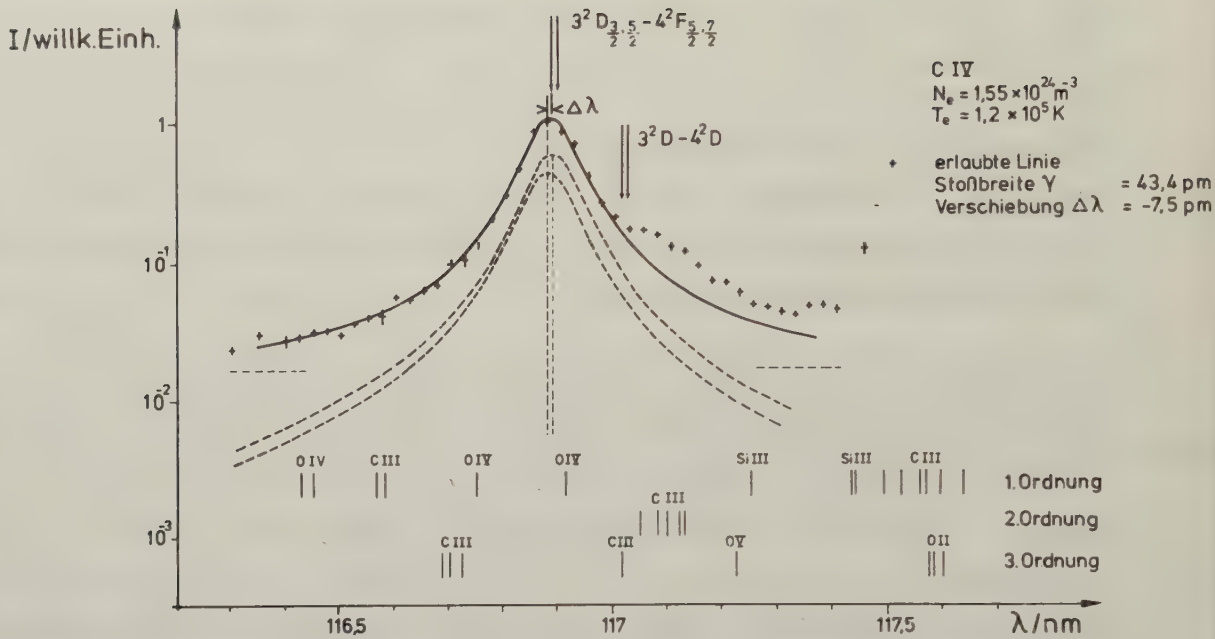


Abb. 12a): Spektrum von C IV $3^2D - 4^2F$

— best - fit - Anpassung mit einem Voigtprofil
 ----- Form der Einzelkomponenten (gefaltet mit der Apparatebreite) und Untergrund ----- $N_e = 1,55 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$

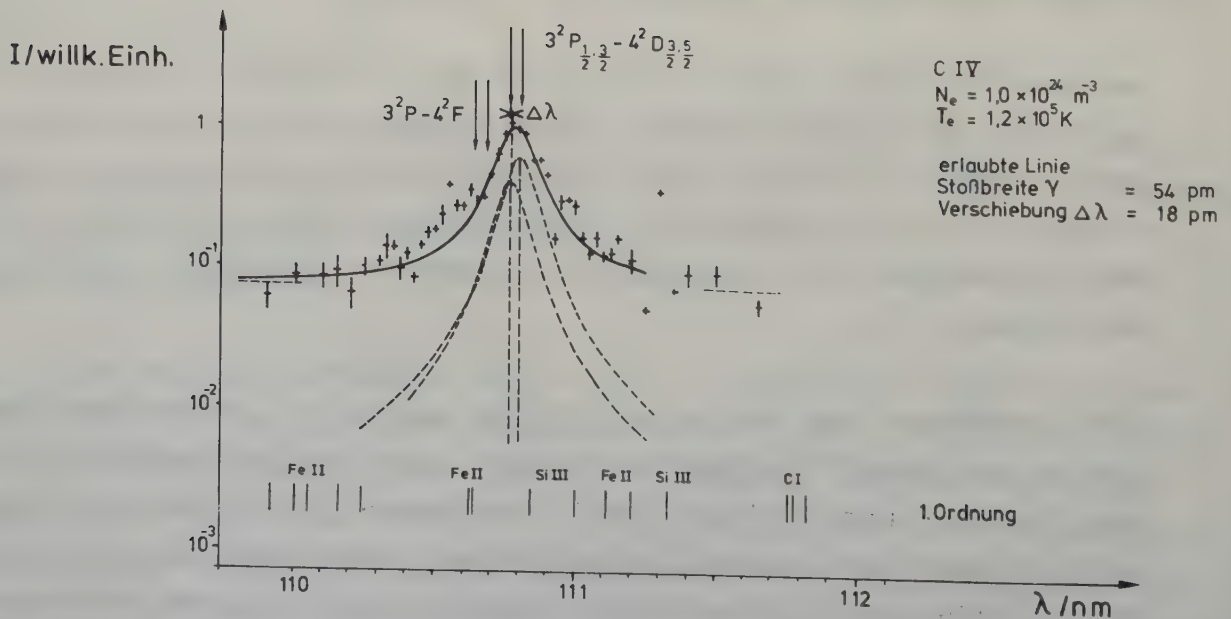


Abb. 12b) wie Abb. 12a): C IV $3^2P - 4^2D$
 $N_e = 1,0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$

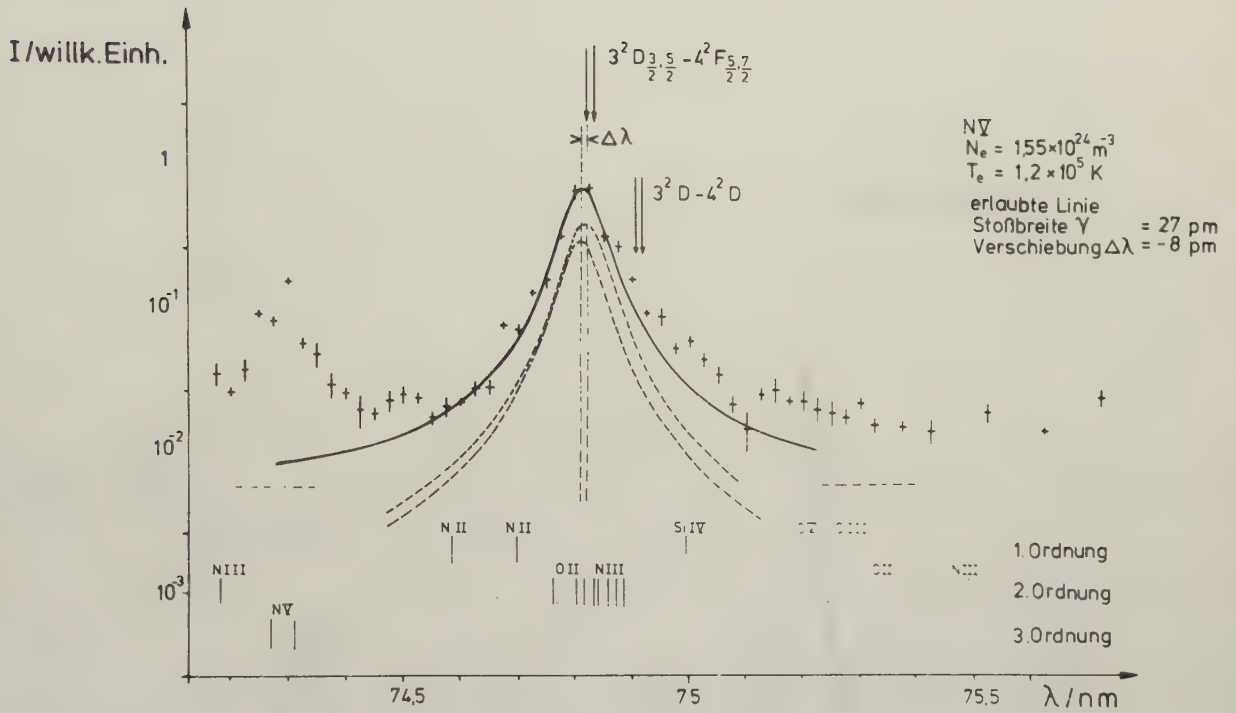


Abb. 13a) wie Abb. 12: N V $3^2D - 4^2F$

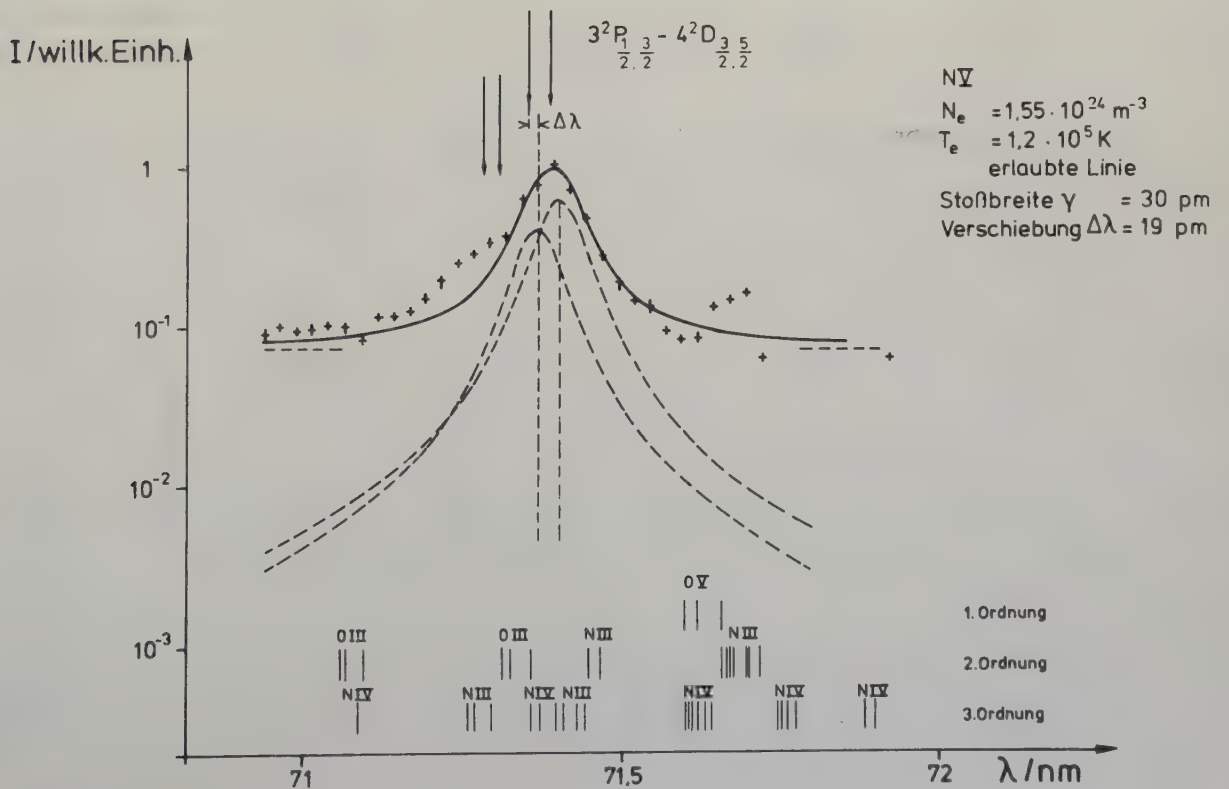


Abb. 13b) wie Abb. 12: N V $3^2P - 4^2D$

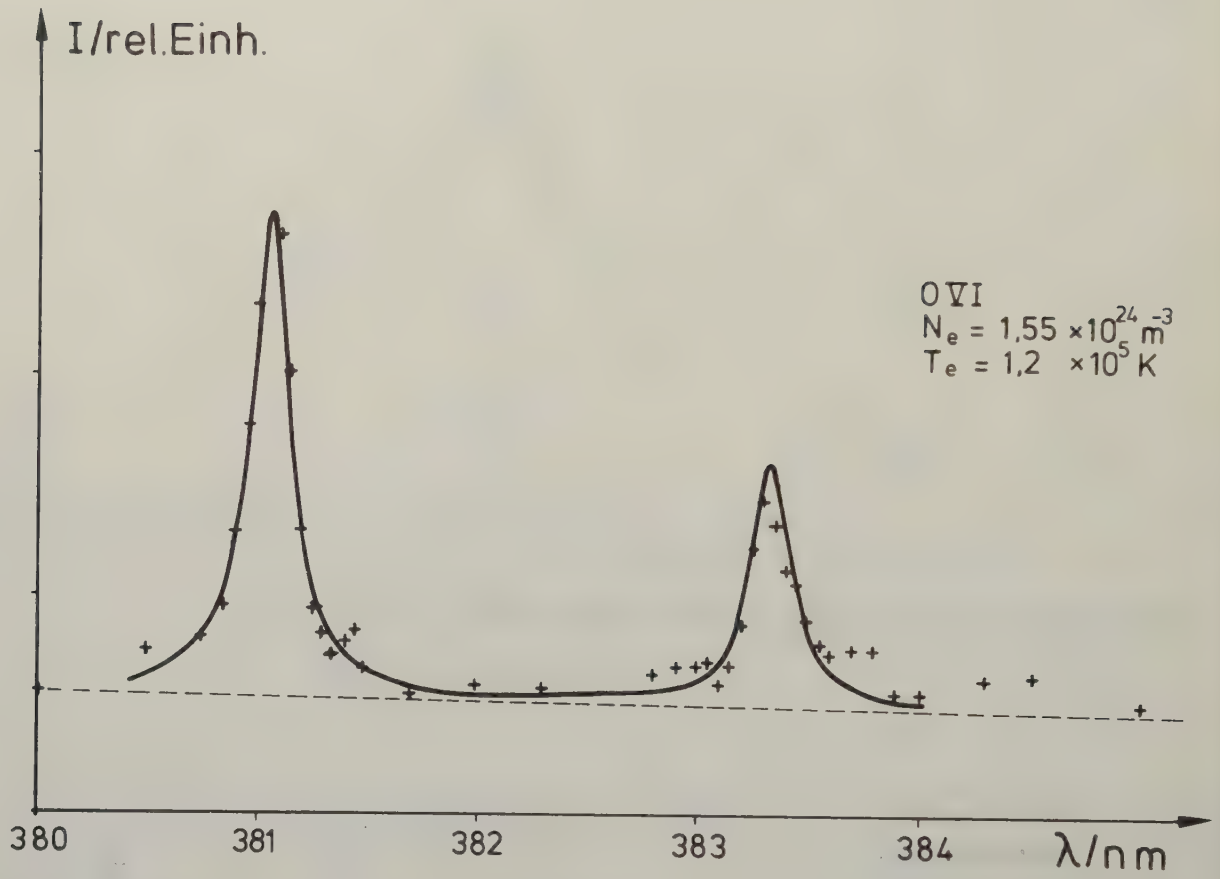


Abb. 14 wie Abb. 12: O VI $3^2S - 3^2P$

Tabelle 1

Verbreiterungskonstante (volle Halbwertsbreite in Einheiten der Kreisfrequenz bei der Elektronendichte $N_e = 1 \text{ cm}^{-3}$, $kT_e = 10 \text{ eV}$)

	Übergang	λ/nm	$W_{\text{exp}}/\text{s}^{-1}$	$W_{\text{th}}/\text{s}^{-1}$ (Griem 1974)	$W_{\text{th}}/\text{s}^{-1}$ (Sahal-Bréchoot (1971)) $2 \cdot 10^{-6}$
C IV	3 $2D - 4 \ 2F$	116,9	$7,6 \cdot 10^{-6}$	$3,02 \cdot 10^{-6}$	
	3 $2P - 4 \ 2D$	110,7	$9,0 \cdot 10^{-6}$	$4,02 \cdot 10^{-6}$	
	4 $2F - 5 \ 2G$	253,1	$2,2 \cdot 10^{-5}$		
N V	3 $2D - 4 \ 2F$	74,82	$11,6 \cdot 10^{-6}$	$1,86 \cdot 10^{-6}$	
	3 $2P - 4 \ 2D$	71,37	$14,3 \cdot 10^{-6}$	$2,58 \cdot 10^{-6}$	
	3 $2S - 3 \ 2P$	460,5	$2,7 \cdot 10^{-6}$	$1,24 \cdot 10^{-6}$	
O VI	3 $2S - 3 \ 2P$	381,2	$1,76 \cdot 10^{-6}$	$0,89 \cdot 10^{-6}$	

Bei der Abschätzung des experimentellen Fehlers ist zu berücksichtigen, daß sowohl die Bestimmung der Elektronendichte durch regulärisierte Abelinversion, als auch nicht erkannte Störlinien auf den Linienflügel und die Vernachlässigung der Dopplerverbreiterung die Tendenz zeigen, die experimentelle Verbreiterungskonstante zu erhöhen. Es ist deshalb sinnvoller, die Fehler nicht quadratisch, sondern linear zu addieren. Die Fehler der Messung sind für die 3 - 4 Übergänge von C IV etwa 40% und stammen hauptsächlich aus der Unsicherheit der Dichte- und Temperaturbestimmung, Dopplereffekt und Apparateverbreiterung spielen keine wesentliche Rolle. Für die entsprechenden Übergänge in N V ist der Fehler infolge der geringeren Breite und des größeren Einflusses des Apparateprofils etwa 50%. Für die 3 - 4 Übergänge O VI sind die Verbreiterungskonstanten nicht quantitativ anzugeben, da die Verbreiterung der Linien nur unwesentlich größer ist als die Apparatebreite. Die Apparatefunktion ist aber im Bereich $\lambda \approx 50$ nm nicht unabhängig mit der Hintereggerlampe zu messen. Für die $n = 3$, $\Delta n = 0$ Übergänge in Stickstoff und Sauerstoff ist der maximale Fehler durch Dopplerverbreiterung der Linien 14%, der Gesamtfehler beträgt demnach 50%.

Die starke Abweichung der Verbreiterungskonstanten der 3 - 4 Linien in N V von den theoretischen Werten ist nicht allein damit zu erklären, daß die Linienbreite kleiner wird und die Verfälschung des Profils durch das Apparateprofil zunimmt. Legt man als obere Grenze für die Apparatefunktion das Profil der Linie im rekombinierenden Plasma zugrunde, ist die Breite mindestens 3 mal größer als die nach Griem (1974) berechnete und, nach Skalierung entlang der isoelektronischen Reihe, etwa doppelt so groß wie die Breite des entsprechenden Übergangs in Kohlenstoff. Wegen der Feinstrukturaufspaltung, die für Stickstoff in der gleichen Größenordnung liegt wie die Breite der Einzelkomponenten, werden die Voigtprofile und besonders deren Lorentzkomponenten durch die least-squares-fit-Prozedur hauptsächlich auf den Linienflügeln angepaßt. Da die Verbreiterung der verbotenen Linie relativ zum Abstand Δ von der erlaubten entlang einer isoelektronischen Reihe zunimmt, sollten die Linienflügel für größere Z stärker beeinflußt werden. Die "iso-

lated line approximation" wäre dann nicht mehr gültig, Rechnungen für das Gesamtprofil z.B. mit Hilfe einer unified theory stehen für Linien lithiumähnlicher Ionen zur Zeit aber noch nicht zur Verfügung.

Mit Ausnahme der 3 - 4 Übergänge in N V liegen die gemessenen Verbreiterungskonstanten innerhalb der kombinierten Fehlerschranken des Experiments und der Theorie, die von Griem (1974) zu etwa 50 % angegeben wird (siehe dazu die Diskussion im Anschluß an Gleichung 526).

X. Diskussion der Ergebnisse

Die Messung der Linie Ly_{α} des neutralen Wasserstoffs in einem dichten Z-Pinch führte zu Resultaten, die für die Extrapolation der Linienverbreiterungstheorien zu höheren Dichten und Temperaturen von Bedeutung sind.

Die Asymmetrie von Ly_{α} wird gut durch eine modifizierte Holtsmarktheorie von Demura und Sholin (1975) und weniger gut durch eine modifizierte Einteilchenapproximation von Bacon (1977) beschrieben. Die statische Einteilchenapproximation von Sholin (1969) ist in dem hier gemessenen Parameterbereich des Plasmas und dem Wellenlängenabstand $\Delta \lambda$ vom Linienzentrum noch nicht erfüllt. Da der von Demura und Sholin benutzte Formalismus mit den Rechnungen von Griem (1979) zur Berücksichtigung der Ionenbewegung und der niederfrequenten Feldfluktuationen verträglich ist, sollte eine Kombination der beiden Theorien eine vollständige Beschreibung des Linienprofils und der Asymmetrie von Ly_{α} im Linienzentrum und auf dem nahen Linienflügel ermöglichen.

Die schwach ausgeprägten Satellitenstrukturen auf dem Flügel von Ly_{α} sind durch die Resonanz zwischen dem quasistatischen Feld und den kollektiven Schwingungen des Elektronengases in der Nähe der Plasmafrequenz zu erklären. Bei den Bedingungen des Experiments sollten sie schon bei einem thermischen Fluktuationsspektrum auftreten. Im Gegensatz zu den von Bekefi (1969) beobachteten Baranger-

Mozer-Satelliten von verbotenen Li I-Übergängen hängen sie in erster Linie nicht von den absoluten Feldstärken, sondern von den Dämpfungseigenschaften der kollektiven Feldfluktuationen ab.

Die Satelliten können nur in einem fast vollionisierten Plasma mit hoher Temperatur beobachtet werden, da nur dann die Einzelkomponenten der Linie hinreichend schmal sind und die Dämpfung der Langmuirwellen klein ist. Bei sehr hohen Ionentemperaturen verhindert der Dopplereffekt das Auftreten der Satellitenstrukturen. Bei Übergängen der höheren Serien des Wasserstoffs treten eine Vielzahl von Komponenten auf, die eine quantitative Analyse sehr erschweren.

Die Satelliten sollten sich für die Diagnostik von heißen lasererzeugten Plasmen mit Hilfe der $Ly\ \alpha$ Linie von wasserstoffähnlichen Ionen eignen, falls Störungen durch die dielektronischen Satelliten He-ähnlicher Ionen ausgeschlossen werden können. In diesen Fällen würden sie eine einfache Bestimmung der Elektronendichte und der Feldstärke der Langmuirwellen liefern, auch wenn das Linienzentrum optisch dick oder selbstumgekehrt ist.

Wegen der geringeren Intensität, der starken Überlagerung des langwelligen Flügels durch die Resonanzlinien des lithiumähnlichen Sauerstoffs und der schwächeren Überlagerung des kurzwelligen Flügels durch Verunreinigungslinien können bei $Ly\ \beta$ kleinere Strukturen der Linie nicht aufgelöst werden. Sie ermöglicht jedoch eine Verifizierung der aus Kontinuumsmessungen ermittelten Plasmamparameter.

Die Frage, in welchem Umfang sich Linien lithiumähnlicher Ionen zur Bestimmung der Parameter dichter Plasmen eignen, kann in diesem Experiment nicht abschließend beantwortet werden. Die verbotenen Komponenten der hier beobachteten Linien sind durch Blends von tieferen Ionisierungsstufen gestört. Eine Bestimmung der mittleren Feldstärke aus den Intensitäten der verbotenen Komponenten ist deshalb nicht möglich.

Die erlaubten Übergänge zeigen eine größere Starkverbreiterung als von der Theorie vorhergesagt wird; eine Tendenz, die auch von Källne et al (1979) bei Linien niedrigerer Ionisierungsstufen ge-

funden wird. Mit Ausnahme der $n = 3 - n = 4$ Linien von N V liegen die Abweichungen jedoch innerhalb der kombinierten Fehler des Experiments und der Theorie.

Für genauere spektroskopische Messungen ist es wesentlich, den Grad von Verunreinigungen des Plasmas, besonders von Sauerstoff, entscheidend zu verringern. Dies kann eventuell durch die Wahl der Materialien des Entladungsgefäßes (Auskleidung des Gefäßes mit LiH oder Polyäthylen) erreicht werden. Mit der Weiterentwicklung von 2 dimensional Detektoren sollte es auch möglich sein, die radiale Verteilung der Linie zu messen und so abschließend zu beantworten, ob und aus welchen Bereichen die Satelliten emittiert werden.

Anhang A

Abelinversion

Bei der spektroskopischen Beobachtung einer optisch dünnen Quelle wird der Emissionskoeffizient über den Sehstrahl integriert. Die gemessene Intensität ist, wenn man kleine Blendenöffnungen und kleine Dimensionen der Quelle im Vergleich zur Brennweite des Abbildungssystems voraussetzt:

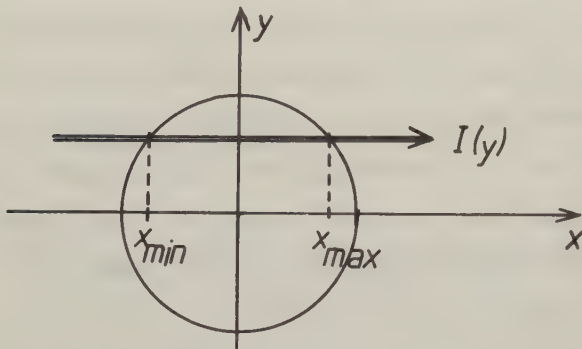


Fig. A1: Messung der Querverteilung $I(y)$ an einem zylindrischen Plasma

$$I(y) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \mathcal{E}(x, y) dx \quad (\text{A},1)$$

Für zylindersymmetrische Verteilungen $\mathcal{E}(r)$ und der Substitution $x = \sqrt{r^2 - y^2}$; $dx = r \sqrt{r^2 - y^2}^{-1} dr$ erhält man die Abelsche Integralgleichung

$$I(y) = 2 \int_y^R \mathcal{E}(r) r \sqrt{r^2 - y^2}^{-1} dr \quad (\text{A},2)$$

Für stückweise stetige Funktionen $\mathcal{E}(r)$ existiert die Inversionsgleichung (Griem 1964)

$$\mathcal{E}(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{dI(y)}{dy} \frac{1}{\sqrt{y^2 - r^2}} dy \quad (\text{A},3)$$

$$\mathcal{E}(r) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dr} \int_r^R \frac{I(y) y}{\sqrt{y^2 - r^2}} dy \quad (\text{A},4)$$

Infolge der Inversionsgleichungen (A,3), (A,4) stellt die Abelinversion für differenzierbare Funktionen $I(y)$ kein Problem dar. In einigen Sonderfällen, wie z.B. für Polynome $I(y) = \sum_{k=0}^N a_k y^k$ ist die Inversion analytisch durchführbar. In praktischen Anwen-

dungen liegt $I(y)$ jedoch meist als Folge von diskreten Meßwerten $I(y_k)$ vor, die mit Fehlern behaftet sind. Da die Abelsche Integralgleichung (A,2) als Spezialfall einer Fredholmschen Integralgleichung 1. Art ein schlecht gestelltes Problem darstellt, können kleine Änderungen einzelner $I(y_k)$ große Änderungen in $\mathcal{E}(r)$ verursachen.

Dieselben Probleme treten auch bei den invertierten Formen (A,3 und A,4) auf, da die numerische Differentiation ebenfalls ein schlecht gestelltes Problem ist. In der Praxis werden die statistischen Fehler der Meßpunkte $I(y_k)$ stark verstärkt und können zu unsinnigen Ergebnissen in $\mathcal{E}(r)$ führen.

Die Fehlerfortpflanzung einer Klasse von Inversionsverfahren wurde von Ugniewski eingehend untersucht. Bei einer mittleren Anzahl von Stützstellen ($n \approx 40$) kann der Fehler im Zentrum leicht das 10 bis 100fache des Meßfehlers erreichen. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, wurden verschiedene Verfahren entwickelt, um die Lösung von (A,2) oder (A,3, A,4) zu stabilisieren.

A,1 pseudoanalytische Verfahren

Ist $I(y)$ nach Polynomen in y^2 entwickelbar

$$I(y) = \sum_{k=0}^N a_k y^{2k} \quad (A,5)$$

so läßt sich Gleichung (A,3) oder (A,4) analytisch lösen (z.B. Minerbo u. Levy (1969), Freeman u. Katz (1960), Piessens (1973)).

Meist wird nach orthogonalen Polynomen in $(R^2 - y^2)$ entwickelt, da sich die Koeffizienten a_k dann weniger unterscheiden und die Entwicklung nach orthogonalen Polynomen, wie z.B. Legendre- oder Chebyshev-Polynomen, effizienter und numerisch stabiler ist. Der Grad des Polynoms sollte durch statistische Tests bestimmt werden und muß klein gegen die Anzahl der Meßpunkte sein.

Einen Spezialfall stellt das Verfahren von Albers u. Fußmann (1974) dar, die die Meßpunkte durch Bernsteinpolynome vom Grad N iterativ approximieren und die Güte der Approximation durch die Anzahl der Iterationen festlegen. Bei Bogenmessungen, die einen

relativ kleinen statistischen Fehler aufweisen, haben sich Verfahren dieser Art sehr bewährt, (Wiese et al. (1972), Fußmann (1975)) bei größeren Meßfehlern und nicht äquidistanten Punkten neigen diese Verfahren jedoch zu starken Fluktuationen und Instabilitäten.

A,2 Finite Differenzen

Das einfachste Verfahren, die Abelsche Integralgleichung zu lösen ist es, entweder $I(y)$ oder $\mathcal{E}(r)$ durch stückweise Polynome anzupassen und die Integralgleichung stückweise analytisch zu lösen.

Das Verhalten dieser Verfahren gegenüber statistischen Fehlern der Meßwerte wurde von Ugniewski (1978) untersucht. Infolge der großen Fehlerverstärkung muß mit einer kleinen Intervallzahl und damit mit großem Diskretisierungsfehler gerechnet werden, außerdem wird die Information über die Zwischenpunkte vernachlässigt.

Eine Erweiterung des Verfahrens der finiten Differenzen besteht darin, $\mathcal{E}(r)$ oder $I(y)$ nicht durch stückweise Polynome, sondern durch Spline Funktionen anzupassen.

Spline Funktionen sind eine Klasse stückweiser Polynome mit den Eigenschaften

- a) In jedem Intervall (y_i, y_{i+1}) ist $S(y)$ ein Polynom vom Grade n
- b) $S(y)$ ist stetig und $n - 1$ mal differenzierbar.

Wegen b) hängen die Splines nicht nur von den $n + 1$ benachbarten Punkten ab, wie Approximationen durch stückweise Polynome sondern global von allen approximierten Werten. Außerdem minimieren sie $\|S^{(n-1)}\|$ und bilden deshalb eine glatte Approximation an die vorgegebenen Punkte, wenn man n hinreichend groß wählt.

Im Spezialfall der cubic splines wird $\|S''\|$ minimiert, man erhält also eine Verbindungslinie zwischen den Knotenpunkten mit minimaler Krümmung.

In der Darstellung der Splines als stückweise Polynome erhält man im Intervall $(y_i, y_i + \Delta_i)$ die Splinefunktion 3. Ordnung. (vgl. Andanson et al. (1978))

$$S(y) = \frac{M_i}{6 \Delta_i} (y_{i+1} - y)^3 + \frac{M_{i+1}}{6 \Delta_i} (y - y_i)^3 +$$

$$\left(\frac{y_{i+1}}{\Delta_i} - \frac{M_{i+1} \Delta_i}{6} \right) (y - y_i) + \left(\frac{y_i}{\Delta_i} - \frac{M_i \Delta_i}{6} \right) (y_{i+1} - y)$$

mit

$$y_i \leq y \leq y_{i+1} \quad 0 \leq i \leq m-1$$

Aus der Definition folgt direkt, daß

$$S_{i-1}(y_i) = S_i(y_i) = y_i \quad (A,7)$$

$$S''_{i-1}(y_i) = S''_i(y_i) = M_i \quad (A,8)$$

Aus der Forderung, daß die erste Ableitung stetig ist,

$$S'_{i-1}(y_i) = S'_i(y_i); \quad 0 \leq i \leq m-1$$

erhält man mit (A,6); (A,7); (A,8):

$$\begin{aligned} M_i \frac{\Delta_{i-1}}{6} + M_i \left(\frac{\Delta_{i-1} + \Delta_i}{3} \right) + M_{i+1} \frac{\Delta_i}{6} = \\ = \frac{y_{i-1}}{\Delta_{i-1}} - y_i \left(\frac{1}{\Delta_i} + \frac{1}{\Delta_{i-1}} \right) + \frac{y_{i+1}}{\Delta_i} \end{aligned} \quad (A,9)$$

Mit der Abkürzung:

$$C_i = \frac{y_{i-1}}{\Delta_{i-1}} - y_i \left(\frac{1}{\Delta_i} + \frac{1}{\Delta_{i-1}} \right) + \frac{y_{i+1}}{\Delta_i} \quad (A,10)$$

folgt als Lösung das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}
 M_0 \frac{\Delta_0}{6} + M_1 \frac{\Delta_0 + \Delta_1}{3} + M_2 \frac{\Delta_1}{6} &= C_1 \\
 M_{i-1} \frac{\Delta_{i-1}}{6} + M_i \frac{\Delta_{i-1} + \Delta_i}{3} + M_{i+1} \frac{\Delta_i}{6} &= C_i \\
 M_{m-2} \frac{\Delta_{m-2}}{3} + M_{m-1} \frac{\Delta_{m-2} + \Delta_{m-1}}{3} + M_m \frac{\Delta_{m-1}}{6} &= C_{m-1}
 \end{aligned} \tag{A,11}$$

Das Gleichungssystem ist bestimmt, wenn man z.B. M_0 und M_m vorgibt.

Durch die Wahl der "open end" Bedingung :

$$M_0 = M_m = 0$$

wird das Gleichungssystem tridiagonal und man erhält die Polynomdarstellung der natürlichen Splines.

Diese Approximation der Meßwerte wird z.B. von (Fan und Squire (1975) und Andanson et al (1978)) zur Durchführung der Abelinversion vorgeschlagen. Die beiden Verfahren unterscheiden sich in der nachfolgenden Durchführung der Inversion. Während Andanson et al die Inversion analytisch durchführen, benutzen Fan und Squire Produktintegration, die auch für den allgemeinen Fall der Fredholmschen Integralgleichung geeignet ist, wenn eine analytische invertierbare Form (A,3) oder (A,4) nicht existiert.

Bei verrauschten Eingangsdaten sind die beiden Verfahren jedoch nicht optimal, da sie die Ausgangsdaten streng approximieren und keine Glättung vornehmen.

Zur Auswertung stark verrauschter Meßdaten wurde das Verfahren abgewandelt, um eine Regularisierung des Ausgangsproblems zu ermöglichen. Konstruiert man eine cubic spline Funktion mit minimaler mittlerer quadratischer Abweichung von den Ausgangswerten, läßt sich durch geeignete Wahl von Lage und Anzahl der Stützstellen eine Glättung der Ausgangskurve erreichen. Für Splines mit allgemeinen Randbedingungen wird das Gleichungssystem numerisch leicht instabil, für natürliche Splines existieren jedoch stabile und schnelle Routinen.

Aus der physikalischen Forderung, daß $\mathcal{E}$ im Zentrum endlich ist, folgt, daß $I'(0) = 0$ sein muß. Um dies auch mit natürlichen Splines zu garantieren, bei denen die erste Ableitung durch die spezielle Wahl der 2. Ableitung festgelegt ist, werden die Meßpunkte $I(y_i)$ am Ursprung gespiegelt und im Intervall $[-R, R]$ angepaßt. Dies hat den zusätzlichen Vorteil, daß der Ursprung nicht unbedingt ein Knotenpunkt sein muß.

Obwohl diese Splines direkt invertiert werden könnten, können durch Rundungsfehler Abweichungen von der Spiegelsymmetrie auftreten, die zu Divergenzen im Ursprung führen.

Dies läßt sich dadurch vermeiden, daß eine Symmetriesierung durch die Transformation $u = \frac{x^2}{R^2}$ vorgenommen wird.

Dazu berechnet man $S(u)$ an hinreichend vielen Punkten und wiederholt die obige Prozedur mit Splines in u im Intervall $[0, 1]$. Die Stützstellenanzahl wird dabei größer gewählt als bei der ersten Approximation. Die Splines in u sind analytisch invertierbar und verhalten sich regulär im Ursprung. Das Regularisierungsverhalten der Inversion wird in erster Linie durch die Zahl der Stützstellen bei der ersten Approximation bestimmt.

Dieses Verfahren entspricht einer Regularisierung durch Projektion auf endlich dimensionale Räume, wie sie auch bei Entwicklung nach Polynomen oder Fourierentwicklung und Abschneiden bei einer bestimmten Ordnung angewandt wird. Durch Untersuchung von Natterer (1977) ist sichergestellt, daß die Regularisierung durch Projektion gleich gute Ergebnisse liefert wie Regularisierungsverfahren nach Tikhonov (1963) oder Philips (1962)

Die Position der Stützstellen der Splines ist bisher noch nicht festgelegt. Die Stützstellen können jetzt noch so gelegt werden, daß zusätzliche Informationen über $\mathcal{E}(r)$ erfüllt ist.

Ist $\mathcal{E}(r)$ z.B. eine Dichte oder Intensität, so ist $\mathcal{E}(r) > 0$. Man hat dann die Position der Stützstellen so festzulegen, daß diese Zusatzinformation erfüllt ist.

Außerdem läßt sich die Stützstellendichte in den einzelnen Bereichen der Verteilung individuell anpassen. In Bereichen großer Gradienten, z.B. in der Nähe von Stoßfronten, kann die Stützstellendichte höher als in anderen Bereichen gewählt werden. In der bisherigen Implementierung des Verfahrens wird die Lage und Anzahl der Stützstellen interaktiv bestimmt.

Im Vergleich zu Verfahren, die $I(y)$ oder $\mathcal{E}(r)$ durch Polynome anpassen, hat man bei diesem Verfahren mehr Möglichkeiten, a priori Information über die gesuchte Funktion zu verwenden. Numerische Tests mit analytisch invertierbaren Testfunktionen ergaben, daß dieses Splineverfahren bei korrekter Wahl der Knotenpunkte in der Genauigkeit zumindest gleichwertig mit Approximationen durch orthogonale Polynome ist, daß es jedoch bedeutend stabiler ist, besonders wenn die Meßpunkte nicht äquidistant vorliegen.

Das Verfahren von Gorenflo (1965) gestattet die Anpassung einer Klasse von orthogonalen Polynomen an Meßdaten mit der Nebenbedingung, daß die gesuchte Funktion positiv ist. Das Verfahren ist jedoch numerisch sehr aufwendig, außerdem sind Splines besser in der Lage als Polynome, beliebige Funktionen anzupassen.

Das von Glasser et al (1978) vorgeschlagene Verfahren zur Abel-inversion benutzt ebenfalls Splines zur Anpassung an die Meßwerte. Als Knoten der Splines werden die Abszissenwerte der Meßpunkte verwendet, die Anpassung an die Meßwerte wird durch einen Regularisierungsparameter gesteuert, der den Grad der Glättung festlegt. Das Verfahren gestattet jedoch nicht, zusätzliche Information über die gesuchte Funktion zu verwenden.

Anhang B

Berechnung der Voigtfunktion

a) Durch Faltung des normierten Lorentzprofils

$$f_1(\xi) = \frac{\beta_1}{\pi(\xi^2 + \beta_1^2)} \quad (\text{B,1})$$

mit dem Gaußprofil

$$f_2(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \beta_2} \exp - (\xi / \beta_2)^2 \quad (\text{B,2})$$

wobei $\xi = \nu - \nu_0$ ist, erhält man das Voigtprofil

$$\begin{aligned} F(\xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\xi - \xi') f_2(\xi') d\xi' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\xi') f_2(\xi - \xi') d\xi' \\ F(\xi) &= \frac{\beta_1}{\pi^{3/2} \beta_2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp - (\frac{\xi'}{\beta_2})^2}{(\xi - \xi')^2 + \beta_1^2} d\xi' \end{aligned} \quad (\text{B,3})$$

Durch Transformation auf die dimensionslosen Größen

$$t = \frac{\xi}{\beta_2} \quad dt = \frac{d\xi'}{\beta_2} ; \quad x = \frac{\xi}{\beta_2} ; \quad y = \frac{\beta_1}{\beta_2}$$

folgt daraus die Normaldarstellung des Voigtprofils

$$F(x,y) = \frac{y}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2} \beta_2}{\beta_2^2 [(x-t)^2 + y^2]} dt \quad (\text{B,4})$$

$$F(x,y) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \beta_2} \frac{y}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2} dt}{(x-t)^2 + y^2} \quad (\text{B,5})$$

$$F(x,y) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \beta_2} k(x,y) \quad (\text{B,6})$$

Da Gauß- und Dispersionsprofil

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) d\xi = 1$$

normiert sind und durch die Faltung die Normierung erhalten bleibt, ist

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(x,y) dx = 1$$

ebenfalls normiert.

Die Funktion $k(x,y)$ wird als Voigtfunktion bezeichnet.

Die Normierung der Voigtfunktion ist

$$k(x,y) = \sqrt{\pi} \quad (B,7)$$

in den Grenzfällen

$$y = 0 ; k(x,0) = \exp(-x^2)$$

und

$$x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty, \quad \frac{x}{y} = (\nu - \nu_0)/\beta;$$

$$k(x,y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{y}{x^2 + y^2} = \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \beta^2}$$

erhält man die ursprünglichen Gauß- und Dispersionsverteilung, was aus der Definition der Voigtfunktion oder aus der Fourierdarstellung (Unsöld (1955))

$$k(x,y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-y \cdot u - \frac{1}{2} u^2) \cos x \cdot u du$$

folgt.

Die Funktionen

$$k(x,y) = \frac{y}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{(x-t)^2 + y^2} dt$$

und

$$L(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-t) e^{-t^2}}{(x-t)^2 + y^2} dt$$

bilden Real- und Imaginärteil der komplexen Funktion

$$W(z) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{z-t} dt \quad (B,9)$$

mit

$$z = x + iy$$

Faddeyeva und Terentev (1961) haben gezeigt, daß $W(z)$ eine Darstellung der komplexen Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$w(z) = e^{-z^2} \left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{t^2} dt \right) \quad (B,10)$$

$$\text{mit } w(z) = \begin{cases} \frac{i}{\pi} W(z) & \text{Im } z > 0 \\ \frac{i}{\pi} W(z) + 2 e^{-z^2}; & \text{Im } z < 0 \end{cases}$$

ist (Gautschi (1970)). Die Funktion $w(z)$ hat die Eigenschaft, daß sowohl Real- als auch Imaginärteil im Intervall $[0, 1]$ liegen. Seit ihrer Einführung durch Faddeyeva und Terentev betrachtet man sie als Normaldarstellung der komplexen Fehlerfunktion.

Da x und y größer oder gleich Null sind, kann die Voigtfunktion durch Berechnung des Realteils der komplexen Fehlerfunktion $w(z)$ oder der Integraldarstellung $W(z)$ erhalten werden.

$W(z)$ ist ein Spezialfall der Stieltjes Transformation

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha(t) dt}{(z-t)}$$

und läßt sich durch unendliche Kettenbrücke berechnen (Gautschi (1970)).

Zur numerischen Berechnung der komplexen Fehlerfunktion existiert eine schnelle und genaue Algolprozedur von Gautschi (1969), die er ermöglicht, die

Voigtfunktion auch in einem least-squares-fit Programm zu verwenden, in dem sie sehr häufig berechnet werden muß.

Literaturverzeichnis

Andanson P., Cheminat B., Halbique A.M.
J. Phys. D: Appl. Phys. 11, 209 (1978)

Albers E., Fußmann G.
Z. Physik 268, 97 (1974)

Bacon M.E., Shen K.Y., Cooper J.
Phys. Rev. 188, 50 (1969)

Bacon M.E.
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 13, 1161 (1973)

Bacon M.E.
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 17, 501 (1977)

Baker E.A.M., Burgess D.D.
J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. 12, 2097 (1979)

Bakshi P., Kalman G., Cohn A.
Phys. Rev. Lett. 31, 1579 (1973)

Bartels H.
Z. Physik 125, 597 (1949)
" 126, 108 (1949)
" 127, 243 (1950)
" 128, 546 (1950)
" 136, 411 (1953)

Baranger M., Mozer R.
Phys. Rev. 123, 25 (1961)

Behringer K., Ott W.R.
11. Conference on Phenomena in Ionized Gases
Seite 396 Prag (1973)

Bevington P.R.

Data Reduction and Error Analysis for the
Physical Sciences Mc Graw-Hill (1969)

Boldt G., Cooper W.S.

Z. Naturforsch. 19a, 968 (1964)

Caby - Eyraud M., Couland G., Nguyen - Hoe

J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 15, 593 (1975)

Cohn A., Bakshi P., Kalman G.

Phys. Rev. Lett. 29, 324 (1972)

Demura A.V., Sholin G.V.

J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 15, 881 (1975)

Dokopoulos P., Göring D., Kohlhaas W.,

Liedtke A., Stickelmann G.

Fifth Symposium on Engineering Problems of Fusion Reactors

Seite 537 Princeton (1973)

Drawin H.W., Ramette J.

Z. Naturforsch. 33a, 1285 (1978)

Faddeyeva V.N., Terent'ev N.N.

Tables of Values of the Function

$W(Z) = e^{-Z^2} \left(1 + \frac{2i}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt \right)$ for Complex Argument

Pergamon Press N.Y. (1961)

Fan L.S., Squire W.

Computer Phys. Commun. 10, 98 (1975)

Feautrier N., Tran Minh N.

J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. 10, 3427 (1977)

Finken K.H., Bertschinger G., Hornady R.S.

Z. Naturforsch. 31a, 1318 (1976)

Finken K.H., Bertschinger G., Maurmann S., Kunze H.J.
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 20, 467 (1978)

Finken K.H., Buchwald R., Bertschinger G., Kunze H.J.
Phys. Rev. A: im Druck (1980)

Fußmann G.
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 15, 791 (1975)
siehe auch Dissertation Ruhr Universität Bochum (1974)

Gary S.P.
Plasma Phys. 15, 399 (1973)

Gautschi W.
SIAM J. Numer. Anal. 7, 187 (1970)

Gautschi W.
Comm. ACM 12, 635 (1969)

Gladd N.T.
Plasma Phys. 18, 27 (1976)

Glasser J., Chapelle J., Boettner J.C.
Appl. Opt. 17, 3750 (1978)

Gorenflo R.
Z. Angew. Math. Mech. 45, 33 (1965)
siehe auch Gorenflo R., Kowetz Y.
Bericht IPP / 6 / 29 Garching (November 1964)

Greene R.L.
Phys. Rev. A19, 2002 (1979)

Greve P.
persönliche Mitteilung (1979)

Griem H.R.
Plasma Spectroscopy, Mc Graw-Hill N.Y. (1964)

- Griem H.R.
Spectral Line Broadening by Plasmas, Academic Press N.Y. (1974)
- Griem H.R.
Phys. Rev. A20, 606 (1979)
- Grützmacher K., Wende B.
Phys. Rev. A16, 243 (1977)
- Hooper C.F. Jr.
Phys. Rev. 165, 215 (1968)
- Källne E., Jones L.A., Barnard A.J.
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 22, 589 (1979)
- Karzas W.J., Latter R.
Astrophys. J. Suppl. VI, 167 (1961)
- Kepple P., Griem H.R.
Phys. Rev. 173, 317 (1968)
- Krall N.A., Liewer P.C.
Phys. Rev. A4, 2094 (1971)
- Kramers, H.A.
Phil. Mag. 46, 836 (1923)
- Kunze H.J.
"The Laser as a Tool in Plasma Diagnostics" in Lochte -Holtgreven:
"Plasma Diagnostics" North Holland Publishing Company (1968)
- Lee R.W.
J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. 12, 1129 (1979a)
" 12, 1145 (1979b)
" 12, 1165 (1979c)
- Le Quang Rang und Voslamber D.
J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. 8, 331 (1975)

Ludwig D., Mahn C., Eschlweck A., Voigt P.
Plasma Phys. 16, 69 (1974)

Natterer F.
Num. Math. 28, 329 (1977)

Nee T.A., Griem H.R.
Phys. Rev. A14, 1853 (1976)

Oks E.A., Sholin G.V.
Sov. Phys. JETP 41, 482 (1976)

Pfennig H., Trefftz E.
Z. Naturforsch. 21a, 697 (1966)

Phillips D.L.
J. Assoc. Comput. Machin. 9, 84 (1962)

Pal R.
Techn. Rep. 79 - 036
Univ. of Maryland (1978)

Pal R., Griem H.R.
Phys. Fluids 22 1790 (1979)

Preston R.C.
J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. 10, 523 (1977)

Sahal - Bréchet S., Segré E.R.A.
Astron. & Astrophys. 13, 161 (1971)

Samson J.A.R.
Techniques of VUV Spectroscopy (1967)

Seidel J.
Z. Naturforsch. 32a, 1195 (1977)
" 32a, 1207 (1977)

Sheffield J.

Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation
Academic Press (1975)

Sholin G.V.

Opt. Spectrosc. 4, 275 (1969)

Sholin G.V., Demura A.V., Lisitsa V.S.

Sov. Phys. JETP 37, 1057 (1973)

Sommerfeld A., Maue A.W.

Ann. Phys. 23, 589 (1935)

Stallcop J.R., Billman K.W.

Plasma Phys. 16, 1187 (1974)

Stewart J.C., Peek J.M., Cooper J.

Astron. J. 179, 983 (1973)

Summers H.P.

Mon. Not. R. astr. Soc. 169, 663 (1974)

Theimer O., Behl Y.K.

Plasma Phys. 19, 1119 (1977)

Tichonoff A.N.

Dokl. Akad. Nauk. SSSR 153, 42 (1963)

Unsöld A.

Physik der Stematmosphären Springer Verlag (1955)

Ugniewski S.

Comp. Phys. Commun. 14, 155 (1978)

Vallee O., Tran Minh N., Chappelle J.

J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. 12, L 9 (1979)

Vidal C.R., Cooper J., Smith E.W.

J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 10, 1011 (1970)

Wiegart N.

Diplomarbeit Ruhr Universität Bochum (1977) unveröffentlicht.

Wiese W.L., Kelleher D.E., Paquette D.R.

Phys. Rev. A 6, 1132 (1972)

Zhuzhunashvili A.I., Oks E.A.

Sov. Phys. JETP 46, 1122 (1977)

Zwicker H.

Z. Phys. 177, 54 (1964)

siehe auch

Zwicker H.:

Evaluation of Plasma Parameters in Optically Thick Plasmas
in Lochte-Holtgreven: "Plasma Diagnostics" North Holland
Publishing Company (1968)

Herrn Prof. Dr. H.J. Kunze verdanke ich die Vorgabe des Themengebietes und die Arbeitsmöglichkeit am Institut für Experimentalphysik. Auch bei hoher Arbeitsbelastung fand er stets die Zeit für ein klärendes Gespräch.

Die Z-Pinch-Anlage wurde von Dr. K.H. Finken konstruiert und mit J. Semerad, H. Spleiter und R. Boge aufgebaut. K.H. Finken und R. Buchwald halfen bei der Durchführung der Messungen, ihnen verdanke ich nützliche Anregungen. Diskussionen mit N. Wiegart trugen zum Verständnis der theoretischen Aspekte bei. Frau Schmidtke und Frau Petschner tippten das Manuskript, Herr Wibbeling fertigte die Zeichnungen an.

Meine Frau Marlies unterstützte mich besonders bei der Durchführung der Messungen und der Durchsicht des Manuskripts. Ihnen allen sei hiermit herzlich gedankt.

Die Arbeit wurde vom Sonderforschungsbereich 162, Plasmaphysik Bochum/Jülich durch Sachmittel unterstützt.

Lebenslauf

Am 8. Januar 1946 wurde ich als Sohn von Hans Bertschinger und seiner Ehefrau Hilde, geb. Hauser in Spaichingen, Kreis Tuttlingen, geboren.

Von April 1952 bis 1956 besuchte ich die Volksschule in Aldingen, bis 1962 das Progymnasium in Spaichingen, danach das Gymnasium in Tuttlingen, wo ich im Februar 1965 die Reifeprüfung ablegte.

Im Sommersemester 1965 studierte ich an der Universität Stuttgart Chemie und wurde im Oktober 1965 zur Bundeswehr eingezogen. Nach 2 jährigem Wehrdienst nahm ich mein Studium an der Universität Stuttgart wieder auf. Nach dem Vordiplom in Physik im Oktober 1969 wechselte ich zur Ruhr Universität Bochum. Die Diplomarbeit fertigte ich am Institut für Experimentalphysik III an, das Diplom in Physik erhielt ich im April 1973.

Von 1. Mai 1973 bis 30. April 1979 war ich als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Experimentalphysik V beschäftigt, wo ich den überwiegenden Teil der vorliegenden Arbeit anfertigte. Seit 1. Mai 1979 arbeite ich als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Plasmaphysik der KFA Jülich. Ich bin verheiratet und habe 2 Kinder.

